ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 19 JANVIER 1920.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI DESLANDRES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La solution élémentaire des équations aux dérivées partielles linéaires hyperboliques non analytiques.* Note de M. **HADAMARD**.

Introduite par M. Picard (1) et formée par lui explicitement pour les équations à deux variables indépendantes du type elliptique, la *solution élémentaire* (2) des équations linéaires aux dérivées partielles a été étudiée à certains cas plus généraux par MM. Hilbert, Hedrick, Fredholm, Holmgren. J'ai pu ensuite (3) l'obtenir pour une équation linéaire (non parabolique) à un nombre quelconque de variables, *pourvu que les coefficients soient analytiques*.

E.-Elia Levi (4) a réussi à s'affranchir de cette dernière hypothèse, et M. Hilbert, de son côté, est arrivé (4) à des résultats équivalents. Leur méthode commune consiste à former une première approximation (la « parametrix » de M. Hilbert) qui *ne vérifie pas* l'équation donnée, mais dont, simplement, le résultat de substitution dans cette équation ne soit infini que du premier ordre au point singulier. Moyennant l'introduction de cette « parametrix », E.-Elia Levi parvient à former la solution élémen-

---

(1) *Comptes rendus* des 16 avril 1891 et 5 juin 1900.

(2) Malgré l'inconvénient que présente un changement dans une terminologie déjà d'usage courant, je propose de substituer ce mot à celui de « solution fondamentale », qui risque plus de créer une confusion avec celui de « fonction fondamentale ».

(3) *Ann. Sc. Ec. Norm. sup.*, 1904.

(4) E.-E. LEVI, *Rendic. Circ. Mat. Palermo*, 1907. — HILBERT, *Grundzeige einer allg. Theorie der linearen Integralgleichungen*, 6e Communication (1910). Une première allusion figure à la fin de la 5e Communication (1906).

taire ; le résultat de M. Hilbert consiste à se passer de cette dernière, c'est-à-dire à faire jouer à la « paramétrix » le rôle habituellement dévolu à la solution élémentaire elle-même. En réalité, les deux questions n'en font qu'une et l'analyse d'E.-Elia Levi est, au fond, identique à celle de Hilbert. Dans les deux cas, le problème est ramené à une équation intégrale de Fredholm.

Cette méthode ne s'applique pas directement au cas hyperbolique. Une difficulté nouvelle se présente alors ; car l'expression que l'on peut essayer de substituer à la solution élémentaire doit posséder les mêmes propriétés qu'elle, non seulement au pôle, mais le long de toute une hypersurface, le conoïde caractéristique qui a pour sommet ce point.

D'autre part, puisque la méthode à laquelle nous venons de faire allusion est toujours, au fond, une méthode d'intégration, elle introduira forcément, sous une forme ou sous une autre, si le nombre n des variables indépendantes est impair, l'emploi d'un symbole spécial d'intégration (la partie finie d'une intégrale infinie) auquel la théorie des équations intégrales ne s'appliquerait pas en l'état actuel de la Science.

Je suis arrivé à résoudre le double problème ainsi posé en utilisant, comme dans mon Mémoire précédent (*Acta math.*, t. 31), les relations qui existent entre les cas de n pair et de n impair.

1. Soient donc

$$(\mathrm{E}) \qquad \mathcal{F}(u)=\sum_{i,k} a_{ik}\frac{\partial_2 u}{\partial x_i\,\partial x_k}\,2+\sum b_i\frac{\partial u}{\partial x_i}+cu=f(x_1,\ldots,x_n)$$

une équation à un nombre pair $n=2n_1$ de variables indépendantes ;

$$(\mathcal{E}) \qquad \mathcal{G}(v)=0$$

son adjointe. Je considérerai, en introduisant une variable supplémentaire z, l'équation à $2n_1+1$ variables indépendantes

$$(\mathrm{E}') \qquad \mathcal{F}_1(u)=\mathcal{F}(u)-\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}=f(x_1,\ldots,x_n)$$

dont l'adjointe est

$$(\mathcal{E}') \qquad \mathcal{G}_1(v)=\mathcal{G}(v)-\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}=0.$$

Toutes ces équations sont supposées appartenir au type hyperbolique normal, c'est-à-dire que la forme caractéristique

$$\mathrm{A}=\Sigma a_{ik}\,\alpha_i\,\alpha_k$$

commune à (E) et à ($\mathcal{E}$) se compose d'un seul carré positif et $n-1$ négatifs [la forme caractéristique de (E_1), ($\mathcal{E}_1$), savoir $A_1 = A - \gamma^2$ satisfaisant à une condition analogue].

Les coefficients a_{ik}, b_i, c et la fonction f ne sont pas supposés analytiques en $x_1, \ldots, x_n$; mais ils seront supposés admettre des dérivées partielles jusqu'à un certain ordre que je ne chercherai d'ailleurs pas, au moins pour le moment, à réduire au minimum, et qui, comme cela est bien commandé par la nature de la question (je reviendrai sur ce point à la fin de cette Communication), est croissant avec n.

Dans ces conditions, nous pourrons, par la méthode exposée dans le Mémoire cité des *Annales de l'École Normale supérieure* (Note précédente) (¹), former pour l'équation ($\mathcal{E}'$), le commencement du développement de la solution élémentaire, savoir

$$\bar{v}' = \frac{\overline{V}'}{\Gamma'^{n_1 - \frac{1}{2}}},$$

dans laquelle $\Gamma' = 0$ est l'équation du conoïde caractéristique de ($\mathcal{E}'$) qui a pour sommet le pôle $(a_1, \ldots, a_n, c)$ de la solution cherchée, et $\overline{V}'$, fonction régulière (c'est-à-dire continue dérivable jusqu'à l'ordre ci-dessus mentionné), un développement *limité*

$$\overline{V}' = W_0 + W_1 \Gamma' + \ldots + W_i \Gamma'^i + \ldots + W_{n_1 - 1} \Gamma'^{n_1 - 1},$$

ne se distinguant que par sa limitation du numérateur V' de la véritable solution élémentaire (*loc. cit.*, p. 548-552), dans lequel l'exposant prend toutes les valeurs de 0 à $+\infty$. La quantité $\mathcal{G}_1(\bar{v}')$ est alors de la forme $\frac{\psi'}{\sqrt{\Gamma'}}$, ψ étant borné, continu et indépendant de z.

De cette expression $\bar{v}'$, on peut « descendre » à une expression correspondante $\bar{v}$, commencement du développement de la solution élémentaire de ($\mathcal{E}$), Γ' étant lié à la quantité analogue Γ relative à ($\mathcal{E}$) par la relation $\Gamma' = \Gamma - (z - c)^2$ et, par ailleurs, les relations entre les développements $\bar{v}$, $\bar{v}'$ étant celles qui sont définies à la page 370 de mon Mémoire des *Acta mathematica* (à ceci près que l'indice i varie seulement de 0 à $n_1 - 1$ et non de 0 à $+\infty$).

(¹) On doit toutefois tenir compte du changement de notation indiqué à la page 337 du Mémoire des *Acta mathematica*, t. 31.

2. Cela posé, soit (problème de Cauchy) à calculer la solution u de (E) telle que u et $\frac{du}{d\nu}$ prennent sur une hypersurface donnée S des valeurs données, la surface S étant orientée de manière à couper tout conoïde caractéristique suivant une variété fermée (cas du problème intérieur) et ν désignant la conormale ou transversale à S. Considérons (cf. *Acta*, p. 371) ce problème comme relatif à (E′). La formule (38) (p. 357) du même Mémoire devra dans ces conditions, lorsqu'on y remplacera ν par $\bar{\nu}'$, être modifiée en raison du fait que $\mathcal{G}_1(\bar{\nu}')$ n'est pas nul, savoir par l'addition d'un terme $\underbrace{\int\cdots\int}_{2n_1+1} u\mathcal{G}_1(\bar{\nu}')\,dx_1\ldots dx_n\,dz = \int\cdots\int\frac{u\psi'}{\sqrt{\Gamma'}}\,dx_1\ldots dx_n\,dz$ (terme pour lequel l'intervention du symbole $\left|\right.$ n'est pas nécessaire).

Si, maintenant, nous repassons de l'espace à $2n_1+1$ à l'espace à $2n_1$ dimensions, en effectuant l'intégration par rapport à z, nous trouverons évidemment

$$(1)\qquad \pm\frac{\Omega_{n-2}}{2\,C_{n_1-1}}u(a_1,\ldots,a_n) = H + \pi\underbrace{\int\ldots\int_{T}}_{2n_1} u\psi'\,dx_1\ldots dx_n,$$

en désignant par H le second membre de la formule (62) (p. 378) du Mémoire des *Acta* et les autres notations étant celles de ce Mémoire (de sorte que le coefficient de u au premier membre est purement numérique).

L'équation (1) *est une équation intégrale de seconde espèce à noyau borné*, admettant sans difficulté l'application des méthodes classiques. Elle appartient même, en raison de la manière dont le domaine d'intégration dépend de $a_1, a_2, \ldots, a_n$, au type de Volterra et en possède les propriétés au point de vue de la convergence.

3. Du même coup se trouve résolue l'équation intégrale équivalente (d'après ce qui précède)

$$(1')\quad (-1)^{n_1}\frac{\Omega_{2n_1-1}}{C_{n_1-1}}u(a_1,\ldots,a_n) = -\left|\underbrace{\int\int\ldots\int_{T'}}_{2n_1+1}\bar{\nu}' f\,dx_1\ldots dx_n\,dz\right. + \left|\underbrace{\int\int\ldots\int_{S'}}_{2n_1}\left(u\frac{d\bar{\nu}'}{d\nu} - \bar{\nu}'\frac{du}{d\nu} - L u\bar{\nu}'\right)dS'\right. + \int\ldots\int\frac{u\psi'}{\sqrt{\Gamma'}}\,dx_1\,dx_2\ldots dx_n\,dz$$

[formule (38) du Mémoire des *Acta math.*, modifiée par l'addition du dernier terme du second membre].

Cette équation (1′) permet d'effectuer ici la synthèse de la solution, pour laquelle les méthodes que j'avais indiquées précédemment ne suffisent plus, et de démontrer, par conséquent, que le *problème de Cauchy est résolu* (au moins pour l'équation à un nombre pair de variables). C'est l'analogue du résultat de M. Hilbert.

Mais il est aisé de passer de là au résultat qui correspond à celui de E.-E. Levi. La solution de (1) s'écrit, par l'emploi des formules classiques, sous forme d'une somme d'intégrales portant respectivement sur les diverses données u_S, $\left(\frac{du}{d\nu}\right)_S$ f et dont une seule est $2n_1^{\text{uple}}$. Le coefficient de f dans cette intégrale $2n_1^{\text{uple}}$ fournit le dernier coefficient V_0 de la solution élémentaire (les autres étant $W_0, \ldots, W_{n_1-2}$).

On peut également former directement V_0 en prenant pour S un conoïde caractéristique. La résolution du problème aux limites correspondant fait connaître V_0 comme il est expliqué à la page 554 du Mémoire cité des *Annales de l'École Normale supérieure*.

Enfin, du cas de $n = 2n_1$, il est aisé de *descendre* à $n = 2n_1 - 1$, de sorte que la question est résolue quel que soit n.

4. Dans les raisonnements qui précèdent, comme dans la solution du problème de Cauchy, telle que MM. Volterra, Tedone, Coulon, d'Adhémar et nous-même l'avons fournie, il est nécessaire de supposer pour les fonctions sur lesquelles on opère, non seulement l'existence des dérivées première et seconde qui figurent dans l'équation, mais celle de dérivées d'ordre croissant avec n et supérieur à 2 dès que n dépasse 6. La forme même des résultats obtenus fait prévoir que cette nécessité n'est pas seulement une conséquence du mode de calcul employé, mais réside dans la nature même des choses. Mais il est aisé de faire ressortir ce fait en toute rigueur. L'examen de la formule (11), (12) du Mémoire de M. Tedone (*Annali di Matematica*, 3e série, 1898, t. 1, p. 5), relative à l'équation

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x_n^2} - \frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2} - \cdots - \frac{\partial^2 u}{\partial x_{n_1}^2} = 0, \tag{3}$$

montre immédiatement que son second membre est dérivable $m - 1$ ($n - 2 = 2n_1 - 2$ dans notre notation) fois par rapport à la variable $t'(= x_n)$, une conclusion semblable s'appliquant aisément à la formule suivante (12) (cas de n impair) : autrement dit, si la solution existe, les dérivations qui figurent aux formules (13), (1) (*Ibid.*, p. 6) ont certainement un sens.

Si, en particulier (p. 12 et suiv. du Mémoire de M. Tedone), on suppose

que l'hypersurface S se réduit à $x_n = 0$, les formules (22), (23) (Tedone, p. 13) montrent que la valeur moyenne de u sur l'hypersphère

$$(x_1 - a_1)^2 + \ldots + x_{n-1} - a_{n-1})^2 = r^2$$

est nécessairement dérivable $p + 1$ (c'est-à-dire n_1) fois par rapport à r : de sorte que, pour l'équation (3), le problème de Cauchy défini par

$$\begin{cases} u(x_1, \ldots, x_{n-1}, 0) = g\left(\sqrt{(x_1 - a_1)^2 + \ldots + (x_{n-1} - a_{n-1})^2}\right) \\ \dfrac{\partial u}{\partial x_n}(x_1, \ldots, x_{n-1}, 0) = 0 \end{cases}$$

est certainement impossible si la fonction g ne possède pas des dérivées jusqu'à l'ordre n_1.

GÉOLOGIE. — *La limite entre le Crétacé et l'Éocène, en Aquitaine, aux Indes et au Soudan.* Note de **M. H. Douvillé.**

La limite entre ces deux formations est très nette dans le bassin parisien, par suite des mouvements tectoniques qui se sont produits à cette époque; il en est résulté une lacune dans la sédimentation et un changement considérable dans le faciès des dépôts. Il en est tout autrement dans la région prépyrénéenne : les mouvements tectoniques y ont produit une accentuation des anticlinaux et des synclinaux, on observe par suite des lacunes plus ou moins importantes sur les anticlinaux, tandis que la sédimentation restait continue dans les synclinaux. La transition entre les deux formations s'effectue là sans changements notables dans le faciès, et il était nécessaire de préciser leur limite. Les géologues sont généralement d'accord pour la fixer dans les Pyrénées centrales au-dessus du banc à *Operculina Heberti*. M. Lambert, dont la haute compétence en Échinologie est bien connue, a étudié en détail cette limite [1], il a fait voir qu'elle était caractérisée par l'apparition du genre *Plesiolampas* (*Oriolampas*, Mun.-Chalmas) et par la disparition des genres essentiellement crétacés, *Micraster*, *Echinocorys*, *Cyclaster*, *Hemiaster*, etc.

Jacquot et Munier-Chalmas [2] avaient montré que *Plesiolampas* se montrait avec *Num. planulatus* à la base de l'Éocène de la Chalosse, et j'ai fait

---

[1] Note *Sur quelques Échinides de la Haute-Garonne* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, t. 8, 15 juin 1908, p. 370).

[2] *Comptes rendus*, 31 mai 1886.

voir que ce dernier fossile se montrait dès le commencement de l'Éocène inférieur. Si donc *Plesiolampas* apparaît dès le Montien, d'après M. Lambert, il a continué à exister dans l'Éocène inférieur; j'ajouterai qu'en Aquitaine *N. planulatus* est associé à un autre Foraminifère *Operculina canalifera* qui remplace à ce niveau l'*Op. Heberti* du sommet du Crétacé.

Nous allons retrouver dans le bassin de l'Indus une coupe analogue; elle a été donnée il y a quelques années par M. Vredenburg ([1]), son intérêt est grand, bien que la série marine n'y soit pas tout à fait complète. Au-dessus du Maëstrichtien marin à *Cardita Beaumonti*, viennent se placer le trap du Décan, puis les couches inférieures du Ranikot, fluviatiles et rappelant tout à fait le Garumnien des Pyrénées.

Au-dessus reparaissent les couches marines, c'est le Ranikot supérieur, dont les Echinides ont été particulièrement étudiés par Duncan et Sladen; ils distinguent, de bas en haut, quatre zones : I, zone à *Calyptrophorus indicus;* II, zone à *Operculines;* III, zone à *Assilina miscella;* IV, zone à *Num. planulatus*. Cinq espèces de *Plesiolampas* sont signalées dans ces couches : trois apparaissent dans la zone III, deux persistent dans la zone IV où elles sont associées à deux espèces nouvelles.

Ces couches sont surmontées par le système du Laki, avec des calcaires à *Alvéolines* et des marnes à N. *atacicus* et *Assilina granulosa;* c'est encore de l'Eocène inférieur; c'est à ce niveau que d'Archiac signale *Operculina canalifera*.

Au Nord, dans le Tibet, la série marine paraît complète; Hayden ([2]) y a distingué, de bas en haut :

Couches 8, 9, 10...........	Maëstrichtien
» 11.................	Grès ferrugineux
» 12.................	Calcaires à Gastropodes
» 13.................	Calcaires à Operculines
» 14.................	Calcschistes à Spondyles
» 15.................	Calcaires à Orbitoïdes et Alvéolines

J'ai moi-même pu étudier la faune de ces couches([3]); tandis que Hayden faisait commencer l'Eocène avec la couche 12 (calc. à Gastropodes), j'étais frappé au contraire du caractère particulier de la faune de ces couches et

([1]) *Introductory note on the Stratigraphy of the Ranikot series* (*Pal. ind.*, new series, vol. 3, 1909, n° 1).

([2]) *The Geology of the Provinces of Tsang and U, in central Tibet* (*Mém. Geol. surv. India*, t. 36, Part. 3, 1907).

([3]) *Le Crétacé et l'Eocène du Tibet central* (*Pal. indica*, new series, t. 5, n° 3, 1916).

des analogies qu'elles présentaient avec le Maëstrichtien, *Nautile* de type ancien, grands *Campaniles*, grandes *Ovules* et *Orbitoïdes* du genre crétacé *Lepidorbitoides*. Pour cette raison, je plaçais dans le Danien toutes les couches (11 à 14) situées au-dessous des assises à *Alvéolines* et *Orbitolites*.

Depuis j'ai pu étudier d'assez nombreux fossiles recueillis au Soudan et au Sénégal, et j'ai pu reconnaître que ces régions constituaient à l'époque éocène une province zoologique distincte de la province européenne, avec faune particulière se rattachant plutôt à l'Egypte et aux Indes. Comment appliquer à cet ensemble la limite établie dans la région méditerranéenne?

Si l'on compare la coupe du Tibet avec celle du bassin de l'Indus, on voit tout d'abord que la couche 12, où j'ai cité *Operculina canalifera* et *Siderolites miscella* correspond précisément aux zones II et III du Ranikot supérieur, c'est-à-dire à l'époque d'apparition des *Plesiolampas*, au Montien de M. Lambert. L'assise 14, calcschistes à Spondyles, viendrait alors se paralléliser à la zone IV à *N. planulatus* et serait, en effet, surmontée directement par les calcaires à *Alvéolines*, prolongement de ceux du Laki. Le parallélisme se trouve ainsi établi d'une manière qui paraît réunir toutes les probabilités. On voit que les couches 11 à 12, antérieures à l'apparition des *Plesiolampas*, restent seules pour représenter le Danien avec *Nautilus pseudo-bouchardi*, *Gosavia salsensis*, *Gisortia depressa* et *Campanile* cf. *breve*. Il en résulte que, si Hayden avait placé trop bas la limite de l'Éocène, je l'avais moi-même fait remonter trop haut; la vérité semble bien se trouver entre les deux solutions.

Soudan. — Les premiers fossiles (*Plesiolampas*, *Naut*. cf. *Lamarcki*) ont été apportés en 1903 par le cap. Gaden, et attribués au Lutétien [1]. Des récoltes plus importantes ont été faites peu après par la mission Moll-Elliot : Bather [2] décrit *Ples. Saharæ* et *Linthia sudanensis* (sub *Hemiaster*); Bullen Newton (1905) [3] décrit également une série de fossiles provenant de Garadoumi et de Tamaské, *Ostrea rarilamella*, *Lopha* cf. *Martinsi*, *Vulsella nigeriensis*, *Rostellaria* cf. *goniophora*, *Voluta cithara*, *Turritella* cf. *ægyptiaca*, etc.). De Lapparent avait signalé un peu avant [4] d'après mes déterminations *Naut*. cf. *Lamarcki*. *Gisortia* cf. *depressa*, *Corbula harpa*, *Velates Schmiedeli*, *Operculina canalifera*, *Mesalia* cf. *fasciata*. Tous ces fossiles sont attribués au Lutétien. Je laisse de côté les grandes Huîtres du groupe

---

(1) De Lapparent, *Comptes rendus*, t. 136, 1903, p. 1118.
(2) *Geol. mag*., n. s., déc. V, vol. 1, juillet 1904, p. 290.
(3) *Ann. mag. nat. hist*., janvier 1905.
(4) *Comptes rendus*, t. 139, 1904, p. 1186.

de l'*O. longirostris* et les blocs de latérite fossilifère attribués à un niveau plus élevé. Tous ces échantillons proviennent d'une région bien délimitée qui s'étend sur 200^{km} environ, de Garadoumi à Gamé, Tamaské et Tahoua. D'après les coupes relevées par Chudeau et par Garde, la couche fossilifère est constituée par 40^{m} environ de calcaires et de marnes, surmontant des argiles bariolées et recouverts par des argiles feuilletées gypsifères et des sables argileux.

Plus tard on a reconnu le prolongement de ces couches vers le Nord-Ouest à Anou Melloum ([1]) près Gao (capt. Arnaud), dans la direction du Tilemsi (Tabankort) et de Mabrouk, tandis que vers le Nord, le capitaine Cortier signalait une couche de calcaires à Alvéolines en bordure de l'Oued Azouak ([2]).

Dans son Ouvrage si important sur le Soudan, en 1909, Chudeau rangeait encore cette formation dans l'Eocène. Mais l'année suivante, à la suite d'une nouvelle exploration, M. Garde annonce qu'il a trouvé dans tous les gisements *Cardita Beaumonti*, caractéristique du Danien, et il en conclut que ces couches sont plus anciennes que l'Eocène; leur faune était certainement bien différente des faunes éocéniques connues jusque-là, et pour cette raison j'ai appuyé cette conclusion. M. Lemoine signalait de son côté *Linthia sudanensis* dans le Crétacé supérieur du sud de l'Algérie. L'âge des calcaires soudanais se trouvait ainsi remis en question; il devenait nécessaire de reprendre l'examen de leur faune, encore très incomplètement étudiée. D'un autre côté, les recherches poursuivies au Sénégal venaient apporter de nouveaux éléments de comparaison, et montraient qu'il existait dans cette région, à l'époque nummulitique, une faune assez notablement différente de celle que nous connaissions en Europe; elle constituait une province zoologique distincte, devant être rattachée plutôt à l'Égypte et à l'Inde.

Tout d'abord la *Cardita* attribuée par M. Garde à *C. Beaumonti* était-elle bien d'une détermination certaine? C'est très douteux, sans doute elle présente des cotes tripartites, mais ce caractère se rencontre dans un grand nombre d'espèces, aussi bien tertiaires que crétacées, et les fossiles du Soudan, représentés le plus souvent par des moules incomplets, se rapprocheraient bien plus de l'espèce de l'Eocène inférieur de Guelma attribuée

(1) P. Lemoine, *Sur quelques fossiles du Tilemsi* (*Bull. Soc. philom.*, 1909, p. 101-109, pl. II).

(2) Capt. Cortier et P. Lemoine, *Quelques données sur la géologie du Sahara et du Soudan* (*Bull. Soc. géol. de France*, 4e série, t. 9, 1909, p. 407).

probablement à tort par Dareste de la Chavanne à *C. ægyptiaca* que de la *C. Beaumonti* typique de l'Inde, dont j'ai sous les yeux un grand nombre d'échantillons. Il est impossible de trouver là une raison suffisante pour placer dans le Crétacé les calcaires du Soudan.

Examinons de plus près la faune de ces calcaires : ils présentent à la base des couches à *Plesiolampas* et à *Operculina canalifera*, et nous venons de voir que ces fossiles sont caractéristiques de l'Éocène inférieur dans l'Aquitaine, comme aux Indes. Au-dessus viennent des couches à grands mollusques, dont les plus caractéristiques viennent d'être retrouvés dans l'Éocène du Sénégal : 1° *Ostrea rarilamella*, de Tamaské, associé à Mayayes (Sénégal) avec *Num. Heeri;* 2° grands Gastropodes à forme de *Fulgur*, mais présentant trois forts plis à la columelle et rappelant tout à fait par leur forme les *Heligmotoma* d'Égypte et d'Algérie, décrits cependant comme dépourvus de plis; la même espèce a été retrouvée au Sénégal avec *N. Heeri* et les *Carolia;* 3° grands *Gisortia* très courts, aussi larges que longs retrouvés à Meomeo (Sénégal) dans les mêmes couches à *Carolia* et à *Echinolampas anceps;* 4° un grand *Nautilus* à section arrondie dans le jeune et dans l'adulte, mais ogivale et tranchante dans l'âge moyen; recueilli au Soudan par le capitaine Cortier, il est assez fréquent au Sénégal dans les couches à Nummulites. Le parallélisme des deux formations ne semble donc pas douteux.

D'autres éléments de la même faune conduisent à une conclusion analogue : la mission Moll a recueilli un *Chenopus* qu'il semble impossible de distinguer du *Ch.* (*Maussenetia*) *dimorphospira* de l'Éocène inférieur de l'Inde, et ce groupe semble en Europe spécial à ce niveau; elle a recueilli également une de ces curieuses Turbinelles à plis nombreux rappelant les Volutes multidentées de l'Inde. Le *Cer. rude*, déjà cité par Garde est une espèce de l'Éocène de Cutch; *Corbula harpa* est également un type indien. M. Chudeau m'a communiqué des échantillons d'*Ostrea multicostata* recueillis à Asslar avec un grand *Naut.* cf. *Lamarcki*. Enfin les grandes Gryphées littorales de Tamaské paraissent devoir être rapportées à *O. recta*, Opp. du Mokattam supérieur : elles indiquent le retrait de la mer à l'époque de l'Auversien. Enfin la forme un peu spéciale de l'*Heligomopsis nigeriensis* (sub *Vulsella*) n'est pas tout à fait isolée à l'époque éocène, Oppenheim ayant décrit en Égypte une espèce à valves également plissées, *V. Zitelli*.

Toutes ces observations sont bien concordantes, il en résulte que les couches du Soudan doivent être considérées comme représentant au moins l'Éocène inférieur à *Plesiolampas*, et l'Éocène moyen du Sénégal à *Echino-*

lampas et *Carolia*. Elles paraissent succéder régulièrement et en continuité au Crétacé supérieur caractérisé par *Roudaireia Drui* et des *Ostrea* du groupe des *O. Nicaisei* et *Pomeli* (1).

GÉOLOGIE. — *Essai de coordination chronologique générale des temps quaternaires*. Note (2) de M. **Ch. Depéret**.

J'arrive à l'étude des lignes de rivage quaternaires dans les régions du nord de l'Europe, caractérisées par l'invasion répétée de grandes nappes de glace ou *inlandsis* qui, rayonnant des montagnes scandinaves et écossaises, se sont avancées, en comblant les bassins de la mer d'Irlande, de la mer du Nord et de la Baltique, pour s'étaler sur les Iles Britanniques, les plaines allemandes et la plate-forme polonaise et russe.

De toute évidence, la mer ne pouvait pénétrer dans ces régions, alors qu'elles étaient occupées par des masses de glaces de plusieurs milliers de mètres d'épaisseur; et c'est seulement dans les intervalles des glaciations qu'elle pouvait revenir et former des dépôts qui méritent ainsi d'être qualifiés d'*interglaciaires*.

Il est également évident que l'arrivée de chacun de ces glaciers a dû être une cause d'érosion et même de *destruction* plus ou moins complète des dépôts marins de la phase interglaciaire précédente.

Ces causes de perturbation rendent plus difficile la comparaison des étages quaternaires marins du nord de l'Europe avec ceux que j'ai précédemment analysés dans les régions non glaciaires, et cela d'autant plus que, au moins dans certaines contrées (Scandinavie, Finlande), des exhaussements du sol semblent, d'un avis unanime, avoir affecté des dépôts marins d'âge extrêmement récent et les avoir relevés à des altitudes anormales.

En m'appuyant sur la corrélation que j'ai essayé d'établir (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 868) entre les glaciations du nord de l'Europe et celles des Alpes, je puis tenter de fixer *théoriquement* l'altitude que devait avoir la ligne de rivage à chacune des *quatre périodes* glaciaires : la première période (*Scanien-Günzien*) répond dans les Alpes à des terrasses de 90^{m}-100^{m} d'altitude relative et par voie de conséquence logique à la ligne de rivage de 90^{m}-100^{m} *Sicilienne*. La deuxième période (maximum d'extension, *Saxonien-Mindélien*) répond à la terrasse de 55^{m}-60^{m}, c'est-à-dire à la ligne de

(1) Lemoine, *loc. cit.* (Tilemsi).

(2) Séance du 5 janvier 1920.

rivage *Milazzienne*. La troisième période (*Polandien-Rissien*) répond à la terrasse et à la ligne de rivage de 30^m-35^m ou *Tyrrhénienne*. Enfin la quatrième période (*Mecklenbourgien-Würmien*) répond à la terrasse et à la ligne de rivage de 15^m-20^m ou *Monastirienne*.

Examinons les dépôts marins qui, dans le nord de l'Europe, peuvent être attribués à chacun de ces quatre étages.

Etage Sicilien [*Cromérien* (1) des géologues anglais]. — Dans les *Iles Britanniques*, il n'y a point de dépôts glaciaires d'âge Scanien et le début du Quaternaire peut être fixé paléontologiquement, sur la côte du Norfolk, entre le *Crag pliocene de Weybourn* et le *Forest-bed* quaternaire de Cromer.

Le *Forest-bed* (2) est une formation d'estuaire comprenant une assise fluvio-marine intercalée entre deux couches d'eau douce. L'assise moyenne ou Forest-bed proprement dit a été longtemps regardée comme un sol de forêt en place; mais Cl. Reid a montré qu'il s'agit de troncs et de racines flottés et charriés dans un estuaire. Les coquilles marines du Forest-bed sont des formes actuelles des plages de la mer du Nord : *Cardium edule, Mytilus edulis, Donax vittatus, Tellina balthica, Mya truncata, Purpura lapillus, Littorina littorea*. Cependant on y a recueilli à Overstrand, à Mundesley et à Runton une espèce arctique, *Scalaria groënlandica*, qui indique l'arrivée de courants boréaux, malgré le caractère général très tempéré de la faune de Mollusques et de Vertébrés.

Au point de vue altimétrique, le Forest-bed affleure soit au-dessous, soit au niveau du rivage actuel, et sa partie supérieure ne s'élève qu'à quelques mètres au-dessus du niveau moyen de la mer. Nous devons donc le regarder comme indiquant une *phase de régression* importante du début du Sicilien.

Mais aussitôt après le Forest-bed, la *transgression marine* s'accuse; la mer devient profonde, et il s'y dépose des argiles et des sables argileux fins contenant, avec la plupart des espèces du Forest-bed, plusieurs coquilles arctiques, telles que *Yoldia myalis* et *Astarte borealis*, avec leurs valves unies, et *ayant vécu en place sur ce point*. Le sommet de l'assise à *Yoldia myalis* s'élève au maximum (East Runton, Beeston) à 10^m au-dessus du niveau moyen; mais il est certain que ce chiffre est fort loin de représenter

(1) Le nom de *Cromérien* tiré d'un dépôt d'estuaire, ne peut être conservé, comme contraire à la règle de désignation des étages géologiques par les dépôts franchement marins.

(2) Cl. Reid, *The Geology of the country around Cromer*, 1882 (*Memoirs geol. Survey England and Wales*).

l'altitude de la ligne de rivage correspondante : d'une part, en effet, l'assise est incomplète au sommet qui est profondément raviné par le *Boulder-clay* sus-jacent; d'autre part, il s'agit là d'un dépôt vaseux de mer profonde, car les *Yoldia* de ce type peuvent descendre à des profondeurs de 300^{m}. S'il est donc difficile de *préciser* l'altitude de la ligne de rivage en ce point, du moins rien ne s'oppose à ce qu'elle ait pu atteindre l'altitude normale du Sicilien, soit une centaine de mètres.

Le caractère de la faune confirme l'attribution du Forest-bed et de la couche à *Yoldia myalis* au Sicilien. On sait que, dans la Méditerranée, cet étage est caractérisé par l'introduction de quelques espèces du Nord amenées par des courants froids atlantiques. De même, sur la côte du Norfolk, à côté d'un ensemble faunique analogue à celui de la Mer du Nord, on observe quelques espèces arctiques amenées aussi par des courants de profondeur venus de l'Océan Glacial. Il y a là une analogie tout à fait frappante.

Il ne paraît exister, dans les Iles Britanniques, aucun autre dépôt fossilifère *en place* que l'on puisse rapporter au Sicilien. Mais on doit sans doute lui attribuer les blocs anguleux d'argiles et de sables marins intercalés à l'*état erratique* dans *l'argile de base du Boulder-clay inférieur* de la côte du Holderness (Yorkshire). Lamplugh (1) et Cl. Reid (2) nous ont fait connaître ces curieux blocs fossilifères sous le nom de *Crag de Bridlington*, et les considèrent comme entraînés par le glacier du fond de la Mer du Nord à des profondeurs de 50^{m} à 80^{m}. La faune (plus de 100 espèces) comprend 87 pour 100 de coquilles arctiques actuelles, telles que : *Astarte borealis*, *Cardita borealis*, *Cardium groënlandicum*, *Leda pernula*, *Mya uddevalensis*, *Pecten islandicus*, *Tellina calcarea*, *Buccinum groënlandicum*, *Fusus spitzbergensis*, *Scalaria groënlandica*, *Trichotropis borealis*, *Trophon clathratus*, etc. Au dire de Gwyn Jeffreys, cette faune est *plus arctique que celle de tout autre dépôt anglais pliocène ou quaternaire* et ce caractère s'accorde avec son âge Sicilien.

Quant à la ligne de rivage sicilienne en Angleterre, bien qu'il soit difficile d'en affirmer nettement l'altitude, il me paraît assez vraisemblable de considérer comme des indications de cette ligne les *plateformes littorales*

---

(1) LAMPLUGH, *On the Bridlington and Dimlington glacial shell-beds* (*Geological Magazine*, t. VIII, 1881, p. 535).

(2) CL. REID, *The Geology of Holderness* (*Memoirs geol. Survey England and Wales*, 1885).

signalées sur quelques points des côtes anglaises, notamment celle que J. Geikie (1) décrit sous le Drift glaciaire de Ballantra (Ayrshire) à l'altitude de 83^m, et surtout la ligne de rivage très nette, avec rochers en encorbellement et grottes remplies de galets marins, que Miss Eyton (2) a signalée, entre 70^m et 100^m d'altitude, sur la côte nord du Pays de Galles, autour du cap Orme's Head.

Sur la *côte orientale de la mer du Nord* et sur les *côtes baltiques allemandes*, on retrouve l'étage Sicilien avec des caractères semblables à ceux de l'est de l'Angleterre, mais avec cette différence qu'ici il recouvre en quelques rares points (sondages de Hambourg, Esbyerg sur la côte occidentale du Jutland, Elbing et Marienwerder sur la basse Vistule) une moraine de fond d'âge *Scanien-Günzien*, et qu'il occupe ainsi une position *interglaciaire*, puisqu'il est recouvert à son tour par la moraine de fond du maximum d'extension *Saxonien-Mindélien*.

Ces dépôts siciliens comprennent parfois à leur base des couches d'eau douce ligniteuses ou tourbeuses (lambeaux erratiques du port de Copenhague, Lauenburg sur l'Elbe, Elbing et Vogelsang sur la Vistule) qui sont analogues au Forest-bed anglais et indiquent comme lui une phase régressive du début de l'étage. Puis la transgression marine intervient et donne lieu à des dépôts marins argileux et sableux que l'on peut désigner du nom général de *couches à Yoldia arctica*. Cette géographie marine a été précisée dans la carte de Geinitz (3) : la mer envahit une large bande sur la côte occidentale du Jutland, pénètre en un golfe étroit dans la vallée de l'Elbe jusqu'à près de 200^{km} de l'embouchure; elle traverse le Holstein, selon Gottsche, par deux bras de mer faisant communiquer la mer du Nord avec la Baltique, où se dessine un large golfe dans la basse Vistule jusqu'au delà de Graudenz.

Comme dans le Norfolk, la faune comprend un mélange d'espèces tempérées (*Buccinum undatum*, *Ostrea edulis*, *Mytilus edulis*, *Cardium echinatum*, *Tellina balthica*, *Saxicava rugosa*), d'espèces boréales (*Natica groënlandica*, *Leda pernula*, *Cyprina islandica*) et de quelques formes arctiques (*Yoldia arctica*, *Tellina calcarea*, *Artarte borealis*, *Pandora glacialis*), ces dernières spécialement fréquentes dans les argiles fines de faciès profond, et ayant

(1) J. Geikie, *The great Ice age*, p. 166.

(2) Miss Eyton, *On an ancient coast-line in North Wales* (*Geolog. Magazine*, t. III, 1866, p. 289).

(3) Geinitz, *Karte de deutschen Quartärs* (*Lethæa geognostica*, III. Theil 2. Band. Quartär, 1904).

vécu sur place avec les valves associées. On ne saurait douter de l'intervention de courants arctiques de profondeur sur ces points.

Au point de vue altimétrique, les argiles à *Yoldia* se présentent d'une manière très variable : tantôt au-dessous du niveau de la mer actuelle (à Hambourg -13^{m} et -42^{m}; à Marienbourg et Dirschau dans la basse Vistule -6^{m} et -36^{m}); tantôt s'élevant plus ou moins haut : $+10$ à Burg dans le Dittmark, $+27$ à Hostrup (Jutland), $+47$ à Elbing, atteignant $80^{m},5$ (banc d'huîtres du Grimmelsberg près Tarbeck entre l'Elbe et Kiel), et enfin jusqu'aux environs de 100^{m} à Neudeck près Freystadt (Prusse occidentale). Ces différences considérables peuvent être interprétées *sans qu'il soit besoin de faire intervenir le moindre mouvement du sol*, en admettant que ces dépôts se sont formés sur un fond de mer très inégal, profond de plus de 150^{m} en quelques points et dont la ligne de rivage atteignait l'altitude de près de 100^{m}. Il faut remarquer à l'appui de cette manière de voir que c'est dans les dépôts vaseux de faciès le plus profond que se montrent les espèces arctiques, tandis que les dépôts les plus élevés ne contiennent qu'une faune littorale de climat tempéré (banc d'huîtres de Tarbeck, faune tempérée de Neudeck). On ne peut s'empêcher de constater une analogie frappante avec le golfe sicilien de Palerme où les dépôts à faune froide de Ficarazzi, que l'on observe au niveau du rivage actuel, se sont formés sous une tranche d'eau de 100^{m}, alors que les dépôts calcaires de Monte Pellegrino se constituaient en même temps près de la ligne de rivage sicilienne.

Dans les contrées de l'extrême nord de l'Europe (massif finno-scandinave) on n'a signalé aucun dépôt comparable à ceux qui viennent d'être décrits. Il est probable que, dès le Sicilien, ces contrées étaient recouvertes d'épaisses masses de glace s'opposant à l'arrivée de la mer sur ces côtes.

M. **H. Lecomte** fait hommage à l'Académie du fascicule 5 du tome II de la *Flore générale de l'Indo-Chine,* publiée sous sa direction. *Légumineuses : Papilionées* (fin), par F. Gagnepain; *Rosacées*, par J. Cardot.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Résumé des principaux travaux exécutés pendant la guerre au Laboratoire aérodynamique Eiffel* (1915-1918), par G. Eiffel. (Présenté par M. Fournier.)

2° *Le crâne et ses rapports avec la taille, la grande envergure, le buste, le pied chez les criminels*, par M. CHARLES PERRIER.

3° *Le Callovien du Chalet, commune de Montreuil-Bellay* (Maine-et-Loire), accompagné d'un atlas de 18 planches in-4°, par M. OLIVIER COUFFON. (Présenté par M. Haug.)

4° *L'équilibre des substances hétérogènes*, par WILLARD GIBBS, traduit par GEORGES MATISSE.

M. **FRÉDÉRIC ROMAN** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une famille de fonctions multiformes associées à une équation différentielle du premier ordre*. Note de M. **PIERRE BOUTROUX**.

Dans de précédentes Notes (¹), j'ai considéré les fonctions définies par l'équation différentielle

$$zz' = 3mz + 2x^3 + bx + c, \tag{1}$$

et, envisageant pour commencer le cas où b est nul et $|m|$ petit par rapport à $|c|$, j'ai indiqué : 1° comment l'étude des fonctions z dans tout leur domaine d'existence dépend d'un groupe discontinu de substitutions obtenues en calculant l'intégrale $\int z\,dx$ le long d'un contour fermé enveloppant un nombre pair de points critiques de la branche z intégrée; 2° comment le groupe en question peut être engendré au moyen d'un nombre limité de branches de fonctions substitutrices présentant un nombre limité de points singuliers.

Les branches de fonctions substitutrices ainsi utilisées peuvent être choisies d'un grand nombre de manières. J'indique dans la présente Note une solution particulièrement simple du problème en m'attachant, pour fixer les idées, à l'équation

$$zz' = 3mz + 2(x^3 - 1), \tag{2}$$

où m est réel négatif et de petit module.

Considérons les branches z de la « première famille », qui, au voisinage

(¹) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1150 et 1307; t. 169, 1919, p. 635.

de l'infini, sont de la forme $x^2 + mx +$ *développement en puissances de* x^{-1} et $(q + \eta_1 \log x) x^{-2}$, où $\eta_1 = 6m(m^3 - 1)$, et où q est le paramètre d'intégration (que j'ai appelé ailleurs C).

Pour $m = q = 0$, la fonction z présente *quatre* points critiques, $x_1 = 0$, $x_2 = e^{-\frac{2i\pi}{3}} \sqrt[3]{4}$, $x_3 = \sqrt[3]{4}$, $x_4 = e^{\frac{2i\pi}{3}} \sqrt[3]{4}$. A partir d'un point $\bar{x}$ rejeté à l'infini sur l'axe réel négatif, décrivons un circuit fermé Γ_1 de sens négatif enveloppant x_1 et x_2 et un circuit fermé Γ_2 de sens positif enveloppant x_1 et x_4. Les mêmes circuits définissent, pour $|m|$ et $|q|$ petits, deux fonctions de q,

(3) $$\psi_1(q) = q + 3m \int_{\Gamma_1} z\, dx; \qquad \psi_2(q) = q + 3m \int_{\Gamma_2} z\, dx.$$

Suivons ces mêmes fonctions en laissant m fixe et faisant varier q dans tout le plan à partir de 0, d'abord en ligne droite. L'étude résumée dans mes Notes antérieures montre que, pour une telle variation de q, on ne rencontrera que *deux* singularités de ψ_1 $\left(\text{savoir } (^1)\ q_\alpha \text{ voisin } (^2) \text{ de } \frac{3}{2} e^{\frac{2i\pi}{3}} \text{ et } q_\gamma \text{ voisin de } \frac{3}{2}\right)$, *deux* singularités de ψ_2 $\left(\text{savoir } q_\beta \text{ voisin de } \frac{3}{2} e^{-\frac{2i\pi}{3}} \text{ et } q_\gamma\right)$, *deux* singularités de $\psi_1^{(-1)}$ fonction inverse de ψ_1 (savoir q_α^1 voisin de q_α et q_γ^1 voisin de q_γ), *deux* singularités de $\psi_2^{(-1)}$ (savoir q_β^2 voisin de q_β et q_γ^2 voisin de q_γ). Le point q_γ est réel positif, tandis que q_α et q_β, q_α^1 et q_β^2, q_γ^2 et q_γ^1 sont deux à deux imaginaires conjugués. Plus précisément on a $q_\gamma^2 - q_\gamma^1 = 2i\pi\eta_1$ (q_γ^2 est au-dessus de l'axe réel).

Appelons $oq_\gamma\infty$ le demi-axe positif réel du plan q et $o_1 q_\gamma^1 \infty$, $o_2 q_\gamma^2 \infty$, ses transformées par les substitutions

$$[q, \psi_1(q)], \quad [q, \psi_2],$$

suivies comme il a été dit à partir de $q = 0$. Traçons d'autre part les segments oq_α, oq_β, que les mêmes substitutions transforment respectivement en $o_1 q_\alpha^1$ et $o_2 q_\alpha$, $o_1 q_\beta$ et $o_2 q_\beta^2$. Si $|m|$ est petit, nous sommes sûrs que les lignes $o_2 q_\gamma^2 \infty$ et $o_2 q_\alpha$, approximativement rectilignes, sont tout entières au-dessus de l'axe réel et ne se coupent ni elles-mêmes, ni entre elles; elles

---

(1) Les points q affectés respectivement des indices α, β, γ sont ceux pour lesquels le contour d'intégration Γ traverse $x = e^{\frac{2i\pi}{3}}$, $x = e^{-\frac{2i\pi}{3}}$, $x = 1$.

(2) Si $|m|$ est petit. Nous avons supposé $|m|$ petit dans le présent exemple pour pouvoir déterminer facilement la situation approximative des lignes définies ci-dessus.

sont symétriques de $o_1 q_\gamma^1 \infty$ et $o_1 q_\beta$ par rapport à l'axe réel; $o_1 q_\alpha^1$ et $o_2 q_\beta^2$ sont également symétriques et voisines de droites. — Cela posé, appelons F_{-1}, F_{-2} les champs obtenus en coupant le plan q respectivement par les coupures $\infty q_\gamma^1 o_1 q_\alpha^1$ et $\infty q_\gamma^2 o_2 q_\beta^2$; appelons F_1 et F_2 les champs extérieurs aux lignes fermées $\infty o q_\alpha o_2 q_\gamma^2 \infty$ et $\infty o q_\beta o_1 q_\gamma^1 \infty$; et considérons les fonctions ψ_1, ψ_2, $\psi_1^{(-1)}$, $\psi_2^{(-1)}$ respectivement dans les champs F_1, F_2 : j'ai ainsi, de chacune d'elles, un *élément holomorphe* que je désignerai par $\hat{\psi}_1, \ldots, \hat{\psi}_2^{(-1)}$. J'appellerai enfin $(S_1), \ldots, (S_1^{(-1)})$ les substitutions $\left[q, \hat{\psi}_1\right], \ldots, \left[q, \hat{\psi}_2^{(-1)}\right]$, définies *univoquement* dans les champs indiqués. (S_1) transforme le champ F_1 en F_{-1}, et (S_2) transforme F_2 en F_{-2}.

Adjoignons, d'autre part, aux substitutions ainsi définies la substitution $(S_3) = [q, q + 2i\pi\eta_1]$, univoque pour tout q ainsi que son inverse. Il résulte de notre étude que *toutes les valeurs de q attachées à une même fonction $z(x)$ (et, par conséquent, toutes les substitutions du groupe que nous avons en vue) peuvent être obtenues par multiplication* [1] *des substitutions* (S_1), (S_2), (S_3) *et de leurs inverses (envisagées exclusivement dans les champs indiqués).*

(S_1^{-1}) et (S_2^{-1}) sont définies pour tout q, mais non (S_1) et (S_2). Qu'arrive-t-il donc si, faisant varier q d'une manière continue, nous entrons dans la région A intérieure à la frontière de F_1? Nous constatons que, si nous franchissons la ligne $q_\gamma o q_\alpha$, (S_1) se change en $(S_2 S_1)$, produit défini pour nous, car (S_2) opérée sur un point de A nous fait sortir de A; si nous franchissons $q_\gamma \infty$, (S_1) se change en $(S_2 S_3^{-1})$; si nous franchissons $q_\alpha o_2 q_\gamma^2$, (S_1) se change en $(S_2^{-1} S_1)$; si nous franchissons $q_\gamma^2 \infty$, (S_1) se change en (S_2^{-1}). Les nouvelles substitutions sont toutes définies si l'on part d'un point de A. — On aura des transformations semblables si l'on fait franchir à q une ou plusieurs frontières quelconques des champs $F_2, \ldots, F_{-2}$: *toute substitution affectée se transformera en une nouvelle combinaison des substitutions fondamentales.*

En particulier, il résulte de nos conclusions que *toutes* les déterminations des fonctions ψ (qui sont des fonctions présentant un nombre infini de branches et de singularités) peuvent être obtenues en formant, pour une valeur quelconque de q, des combinaisons de $(S_1), \ldots, (S_3^{-1})$. Ou encore : il suffit de connaître une branche (un élément) de ψ_1, et une de ψ_2, *pour*

---

[1] Rappelons que la multiplication de ces substitutions n'est pas commutative.

pouvoir construire la fonction ψ [1] tout entière en combinant les branches connues par multiplication des substitutions qu'elles définissent.

C'est là un automorphisme d'un type nouveau qui est la propriété caractéristique des fonctions substitutrices associées à l'équation (1).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Le théorème de M. Picard et les généralisations de M. Borel.* Note de M. G. VALIRON.

Les nombreuses démonstrations du théorème de M. Picard sur les valeurs que peut prendre une fonction uniforme dans le voisinage d'un point singulier essentiel isolé sont toutes des démonstrations indirectes.

Dans le cas où le point singulier est d'ordre fini, c'est-à-dire où la croissance du maximum du module est celle d'une fonction entière d'ordre fini, on voit de suite comment on peut faire une démonstration directe. Cette démonstration peut s'étendre au cas de l'ordre infini en utilisant la méthode que j'ai indiquée dans deux Notes précédentes (*Comptes rendus*, t. 166, p. 605; t. 167, p. 988).

Considérons une fonction uniforme admettant le point à l'infini pour point essentiel isolé, n'ayant pas de pôles dans le voisinage de ce point, et ne prenant pas la valeur o, elle est de la forme

$$F(z) = z^k \varphi\left(\frac{1}{z}\right) e^{f(z)}, \tag{1}$$

$\varphi\left(\frac{1}{z}\right)$ étant holomorphe pour z infini, k un entier positif et $f(z)$ une fonction entière; nous supposons que c'est une vraie fonction entière, la méthode se simplifiant dans le cas d'un polynome. Nous allons montrer que l'équation $F(z) = a$ possède, quel que soit a, une infinité de racines dont nous trouverons une valeur approchée.

Soient r une *valeur ordinaire* de $f(z)$ (voir ma première Note), $z_0(|z_0| = z)$ une valeur de z pour laquelle $|f(z)|$ reste supérieur à $\frac{M(r)}{K}$, $M(r)$ étant le maximum de $|f(z)|$ pour $|z| = r$ et K un nombre fixe supérieur à 1.

On peut remplacer l'égalité (2) de ma seconde Note par la suivante :

$$f(z) = \left(\frac{z}{z_0}\right)^n \left[f(z_0) + \frac{z - z_0}{z_0} g(z_0) + \left(\frac{z - z_0}{z_0}\right)^2 R(z)\right], \tag{2}$$

---

[1] Envisagées dans tout leur domaine d'existence, les fonctions ψ considérées se réduisent à une seule fonction et à son inverse.

$|g(z_0)|$ étant inférieur à $B\,M(r)\,n^\beta$ et $|R(z)|$ à $A\,M(r)\,n^{2\beta}$ lorsque

$$|z - z_0| < C r n^{-\beta'},$$

β étant un nombre supérieur à $\frac{3}{4}$ et β' à $\frac{1}{2}$, et n désignant toujours le rang du terme maximum de $f(z)$, rang qui croît indéfiniment avec r.

En faisant varier z sur le cercle $|z| = r$ on voit qu'il existe dans le voisinage de z_0 des valeurs pour lesquelles la partie réelle de $\log F(z)$ est nulle, $|f(z)|$ restant supérieur à $\frac{M(r)}{K}$. Ce sont de telles valeurs que j'appellerai désormais z_0.

L'égalité (2) montre de suite que l'inégalité

$$(3) \qquad |z - z_0| < \frac{D r}{n\,M(r)},$$

D étant un nombre fixe, entraîne

$$(4) \qquad f(z) = \left(\frac{z}{z_0}\right)^n f(z_0) + \varepsilon(z),$$

$\varepsilon(z)$ tendant vers zéro lorsque r croît indéfiniment; on aura donc aussi sous la condition (3)

$$(5) \qquad \log F(z) = \left(\frac{z}{z_0}\right)^n f(z_0) + K_0 + \varepsilon_1(z),$$

la partie réelle de $\log F(z_0)$ étant nulle, $\varepsilon_1(z)$ tendant vers zéro avec $\frac{1}{r}$ et K_0, qui est la détermination de $k \log z + \log \varphi\left(\frac{1}{z}\right)$ réduite pour $z = z_0$, étant infiniment petite par rapport à $M(r)$.

Posons $z = \rho e^{i\varphi}$, $z_0 = r e^{i\varphi_0}$ et faisons décrire à z, dans le sens direct, le contour Γ_r de la petite aire délimitée par les cercles

$$|z| = r, \qquad |z| = r - \frac{3\pi r}{n\,M(r)},$$

et par les demi-droites

$$\varphi = \varphi_0 - \frac{E}{n\,M(r)}, \qquad \varphi = \varphi_0 + \frac{E}{n\,M(r)} \qquad (E = 2|\log|a||).$$

Le point $Z = \log F(z)$ décrira un contour renfermant à son *intérieur* un ou deux des points

$$\log a + 2\lambda i\pi \qquad (\lambda = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots),$$

et P étant l'un de ces deux points, le rayon PZ tournera de 2π, l'équation $F(z) = a$ aura une ou deux racines comprises dans le contour Γ_r.

Le théorème de M. Picard est donc démontré.

En examinant la question de plus près on met en évidence la présence de $n^{\beta'}.M(r)$ racines entre les cercles de rayons $r \pm \frac{A'r}{n}$ ayant pour centre l'origine, et les droites $\varphi_0 \pm \frac{B'}{n^{\beta}}$ (A' et B' sont des constantes). On sait d'ailleurs que, r étant valeur ordinaire, il existe une autre valeur ordinaire entre r et $r\left(1 + \frac{1}{n^{\gamma}}\right)$. Les théorèmes énoncés par M. Montel (*Annales de l'École Normale*, t. 33, p. 253-256) sont ainsi notablement complétés. On a également des renseignements sur les arguments d'une suite de zéros dont l'ordre est comparable à celui de la fonction $F(z)$, ces renseignements sont plus précis que ceux qui découleraient des propositions générales de M. Julia (*Comptes rendus*, 7 notes, 1er semestre 1919).

La même démonstration s'applique lorsqu'on suppose que $F(z)$ a une infinité de zéros formant un produit canonique dont l'ordre est moindre que celui de $F(z)$ (il faut naturellement préciser ce que l'on entend par là). Mais il faudra toujours, comme lorsqu'on suit la marche de M. Borel, utiliser le théorème sur le minimum du module et même dans le cas de l'ordre fini les propriétés de la dérivée logarithmique (*Thèse* de M. Boutroux). L'avantage sera encore de donner des renseignements plus précis sur les modules des zéros de $F(z) = a$, et surtout des renseignements sur les arguments de ces zéros que ne peuvent donner les méthodes indirectes.

GÉOMÉTRIE. — *Sur la distribution des courbures autour d'un point d'une surface.* Note de M. M. D'OCAGNE, présentée par M. Appell.

Si l'on appelle *surface de Meusnier* d'un point M d'une surface S la surface cerclée lieu des centres de courbure, répondant à ce point M, de toutes les sections de S passant par ce point, il est connu que l'inverse de la surface de Meusnier, relativement au point M, est un conoïde de Plücker ou cylindroïde. Mais on peut, en outre, remarquer que ce cylindroïde se lie directement lui-même à l'étude de certaines courbures se rattachant à la surface S autour du point M.

Cette remarque découle immédiatement d'une formule que nous avons

rencontrée, il y a vingt-cinq ans, en donnant une démonstration de celle qui fait connaître le rayon de courbure du contour apparent d'une surface projetée orthogonalement sur un plan quelconque, démonstration d'abord parue dans les *Nouvelles Annales de Mathématiques* (1895, p. 262), et introduite depuis lors dans notre *Cours de Géométrie pure et appliquée de l'École Polytechnique* (t. I, p. 189). Cette formule est la suivante (pour laquelle nous croyons devoir conserver les notations employées aux deux endroits cités) :

Faisant passer le plan de projection par le point M de la surface S (et, par suite, par la normale Mz en M à cette surface), appelons MD la trace de ce plan de projection sur le plan tangent en M, r_0 le rayon de courbure en M du contour apparent de S, et r' le rayon de courbure de la section normale de S passant par la génératrice du cylindre projetant, c'est-à-dire par la perpendiculaire MG menée à MD, dans le plan tangent en M. Les rayons de courbure principaux de S en M étant r_1 et r_2, la formule ici rappelée s'écrit

$$r_0 r' = r_1 r_2.$$

On voit que le fait qu'elle traduit peut s'exprimer ainsi : *Les centres de courbure* C′ *des sections normales en* M, *menées par les droites* MG, *forment une involution de centre* M *avec les centres de courbure* C_0 *des contours apparents de la surface projetée orthogonalement sur les plans normaux menés par les droites* MD.

Dès lors, le cercle de Meusnier, décrit sur le rayon r' ou MC′ comme diamètre, dans le plan normal MDz, et la droite menée perpendiculairement à la normale Mz, dans ce même plan normal, par le centre de courbure C_0, sont inverses l'un de l'autre par rapport au point M. Or, si l'on fait tourner cette dernière droite de 90° autour de Mz, on obtient l'axe de courbure du contour apparent dont C_0 est le centre de courbure. Ainsi :

La surface des axes des courbure des contours apparents vient, après une rotation de 90° *autour de la normale* Mz, *se confondre avec l'inverse de la surface de Meusnier par rapport au point* M, *la puissance d'inversion étant égale au produit des rayons de courbure principaux en* M.

Quant au fait que ce lieu des axes de courbure est un cylindroïde, on peut l'établir très simplement comme suit :

Si θ est l'angle de MD avec la première direction principale Mx, on a la formule connue (démontrée notamment aux deux endroits ci-dessus

rappelés)

$$r_0 = r_1 \cos^2\theta + r_2 \sin^2\theta.$$

L'axe de courbure du contour apparent projeté sur le plan normal MDz a donc, par rapport au plan tangent Mxy, une cote z donnée par

$$z = r_1 \cos^2\theta + r_2 \sin^2\theta.$$

Portons l'origine au centre de courbure principal C_2, en remplaçant z par $z + r_2$. Il vient

$$z = (r_1 - r_2)\cos^2\theta,$$

et, par suite, pour l'équation du lieu

$$z = \frac{(r_1 - r_2)x^2}{x^2 + y^2},$$

qui est bien celle d'un cylindroïde d'axe Oz et de plan directeur Oxy, ayant pour hauteur la distance C_1C_2 des deux centres de courbure principaux. On obtient, en effet, immédiatement l'équation du cylindroïde sous cette forme en partant de la définition suivante de cette surface, prise comme point de départ de son étude purement géométrique dans notre *Cours* (t. I, p. 235) : conoïde droit d'axe Oz, de plan directeur Oxy, ayant pour troisième directrice l'intersection d'un cylindre de révolution, tangent à Myz le long de Mz, par un plan mené par My et coupant ce cylindre sur la hauteur $r_1 - r_2$.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Les moteurs à explosions pour atmosphères raréfiées*. Note [1] de M. **Jean Villey**, présentée par M. Kœnigs.

L'importance sans cesse croissante des vols à hautes altitudes en aviation (et particulièrement dans l'Aviation militaire) a conduit à étudier des moteurs spécialement adaptés au fonctionnement en atmosphères raréfiées, quitte à les compléter au besoin par des dispositifs accessoires permettant leur utilisation, passagère ou prolongée, au niveau du sol et aux altitudes intermédiaires.

Laissant de côté tous les problèmes relatifs à l'utilisation *sur avions* [2]

---

[1] Séance du 12 janvier 1920.

[2] Propulseurs convenables pour la bonne utilisation d'un couple moteur à variation lente, ou même nulle, en fonction de la densité de l'air extérieur; robustesse et sécurité des dispositifs de limitation aux basses altitudes; etc.

de ces *moteurs spéciaux pour hautes altitudes*, nous envisagerons seulement la question suivante : *Quels gains relatifs peut-on espérer réaliser sur le couple moteur massique à une certaine altitude z en adaptant spécialement le moteur au fonctionnement dans l'atmosphère raréfiée correspondante ?*

Il importe, avant tout, pour y répondre, de préciser et de classer les divers procédés par lesquels on peut, en partant d'un certain *moteur normal*, réaliser des moteurs spéciaux pour hautes altitudes.

I. On peut améliorer le rendement thermique de la cylindrée en remplaçant le *coefficient volumétrique de compression* ρ_0 du moteur normal par le plus grand coefficient, soit ρ_z, compatible avec le fonctionnement correct (admission totale sans auto-allumages) à l'altitude z; on obtient ainsi : A, les *moteurs surcomprimés* (¹), et B, les *moteurs à compression variable* (²).

Le coefficient ρ_z est celui qui donne, à l'altitude z, la même pression en fin de compression que le coefficient ρ_0 au sol (l'admission totale étant réalisée dans les deux cas) : il en résulte que la pression d'explosion est la même, par conséquent aussi le taux du travail maximum instantané (si le moteur n'a pas subi d'autre modification qu'une réduction de volume de sa chambre de compression).

II. On peut au contraire, conservant au moteur non seulement les mêmes résistances mécaniques mais aussi son coefficient volumétrique de compression ρ_0, réaliser à l'altitude z une cylindrée de même masse que dans le moteur normal au sol, en utilisant l'un des deux procédés suivants :

1° Augmenter le volume de la cylindrée dans le rapport inverse des densités d_z et d_0 de l'air; on obtiendra ainsi : C, les *moteurs allégés* (³).

2° Forcer artificiellement le remplissage au moyen d'un compresseur, pour réaliser la même densité de cylindrée que dans le moteur au sol; on obtiendra alors : D, les *moteurs suralimentés* (⁴).

(¹) Aux altitudes Z inférieures à z, *limitation d'admission*.

(²) Pour $Z < z$ réduction progressive du coefficient de compression, — soit par déplacement du vilebrequin parallèlement à lui-même, dans le cas d'un moteur fixe à cylindres en ligne, — soit par modification du bras de vilebrequin, dans le cas d'un moteur rotatif (la course, et par conséquent aussi la cylindrée, subissent alors une réduction corrélative).

(³) Pour $Z < z$, limitation d'admission pour que la masse de la cylindrée ne dépasse pas celle obtenue par admission totale à l'altitude z.

(⁴) Pour $Z < z$, action du compresseur réduite pour que la masse de la cylindrée ne dépasse pas celle obtenue par admission totale au sol.

Dans les uns et les autres, les efforts sont les mêmes à l'altitude z que dans le moteur normal fonctionnant au sol; toutefois les couples massiques sont un peu plus faibles que dans celui-ci, du fait des surcharges nécessaires :

Dans les moteurs allégés, l'augmentation des dimensions géométriques des pistons et cylindres nécessite, pour la conservation du même taux de travail, une légère augmentation de poids : pour doubler par exemple le volume des cylindrées d'un moteur normal de 500 HP environ (au sol), il paraît assez légitime d'évaluer cette augmentation à 10 pour 100 de son poids initial.

Pour les moteurs suralimentés, la solution du turbo-compresseur Rateau est particulièrement intéressante, car la surcharge y est relativement faible et la puissance nécessaire est fournie gratuitement par les gaz de l'échappement. La suralimentation totale par turbo-compresseur Rateau a été réalisée pour des altitudes z voisines de 4000^{m}; il semble qu'on puisse espérer l'obtenir prochainement pour une pression barométrique égale à la moitié de celle du sol, c'est-à-dire pour $z = 5300^{\text{m}}$ environ, avec une surcharge sensiblement égale à 20 pour 100 du poids du moteur (pour un moteur de 500 HP environ au sol).

III. On peut enfin, sans modifier en rien le moteur normal, compenser partiellement la diminution de *masse* de ses cylindrées, en améliorant leur *qualité* par un enrichissement en oxygène.

Ce procédé ne peut guère être envisagé pratiquement que pour un effort momentané supplémentaire à haute altitude.

Les divers procédés possibles étant ainsi définis, on pourra comparer les couples massiques réalisables, à partir d'un même moteur normal de 500 HP environ, en supposant par exemple les adaptations faites uniformément pour l'altitude $z = 5300^{\text{m}}$. Les évaluations indiquées ci-dessus, et les calculs approchés obtenus en assimilant le cycle réel au cycle théorique classique, conduisent à prévoir, à 5300^{m}, les couples massiques indiqués dans le Tableau suivant (en représentant par 2 le couple massique du moteur normal au sol).

Les mêmes calculs donnent d'ailleurs l'évaluation des couples massiques au sol; on les a indiqués dans la seconde colonne, pour compléter les renseignements fournis par ce Tableau.

Types de moteurs.	Couples massiques prévus à 5300^m.	au sol.
Moteur normal	1	2
A. Moteur surcomprimé à limitation d'admission (1)	1,24	1,24
B_1. Moteur à compression variable par translation du vilebrequin (1)	1,24	2
B_2. Moteur à compression variable par variation corrélative de la course (1)	1,24	1,62
C. Moteur allégé	1,8	1,8
D_1. Moteur suralimenté par turbo-compresseur	1,66	1,66

Ces résultats ne constituent, bien entendu, que deux des nombreux éléments utiles pour comparer les divers systèmes au point de vue de leur utilisation pratique sur avions.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les avantages de la synthèse de l'ammoniac aux pressions très élevées.* Note (2) de M. **Georges Claude**, présentée par M. d'Arsonval.

On sait, par la pratique allemande de la synthèse directe de l'ammoniac, qu'une pression de 200^atm suffit à assurer la combinaison pratiquement complète des gaz réagissants. L'emploi de 1000^atm au lieu de 200 peut donc sembler irrationnel, puisqu'il augmente le travail de compression, en tenant compte de la diminution croissante de compressibilité, dans le rapport d'à peu près 3,5 à 2,3.

Je me propose d'exposer ici quelques-unes des raisons qui justifient cependant largement ce supplément théorique de dépense, sous réserve, bien entendu, des enseignements qu'une pratique tout entière encore du domaine de l'avenir pourra seule apporter.

D'abord, sous 200^atm, la combinaison de 80 à 90 pour 100 des gaz réagissants nécessite leur passage répété un grand nombre de fois sur le catalyseur, avec élimination à chaque passage de l'ammoniac formé, puisqu'on ne combine chaque fois que 10 à 12 pour 100 de ce qui reste.

Sous 1000^atm, trois passages peuvent suffire, et le volume des appareils cata-

---

(1) En admettant 8,18 comme valeur du coefficient volumétrique maximum ρ_{5300} admissible pour l'altitude $z = 5300^{m}$. Cette valeur est calculée (d'après le cycle théorique) comme donnant une pression en fin de compression égale à celle obtenue au sol avec le coefficient $\rho_0 = 4,8$ admis pour les moteurs normaux.

(2) Séance du 12 janvier 1920.

lyseurs, à production égale, se trouve réduit bien plus que dans le rapport inverse des pressions, soit à moins du *dixième*, au bénéfice du prix, de la facilité d'établissement, de la main-d'œuvre. D'autre part, en raison de l'élévation énorme du facteur de combinaison, bien plus de chaleur est dégagée par chaque kilogramme du mélange réagissant — et ce, dans un volume bien moindre. L'*auto-réaction* est acquise de ce fait pour des appareils de très faible puissance et le dégagement de chaleur est tel qu'on peut en envisager l'emploi pour produire, sous forme de vapeur surchauffée, une partie appréciable de la force motrice; mais, surtout, alors que l'auto-réaction n'était possible jusqu'ici qu'avec des appareils gigantesques combinés avec des échangeurs de températures très efficaces, on peut, grâce aux hyperpressions, réaliser des unités beaucoup moins importantes : d'où la possibilité d'utiliser sur place l'hydrogène sous-produit de diverses industries existantes. J'aurai l'occasion de revenir sur ce point extrêmement important.

En second lieu, l'emploi des hyperpressions rend très facile l'enlèvement de l'ammoniac après chaque catalyse partielle :

J'ai dit qu'à 1000^{atm}, on atteint aisément en pratique des teneurs en ammoniac de 25 pour 100, soit, à chaud, une pression propre de AzH^3 de 250^{atm}. Comme la tension maximum de ce corps à 15° est de 7^{atm} seulement, on voit que le simple *refroidissement par l'eau* du mélange réactionnel à sa sortie du tube catalyseur peut liquéfier la presque totalité d'AzH^3 : bien que celui-ci se condense moins bien, au sein du mélange, que s'il était seul, et que le résidu gazeux, d'ailleurs réduit aux 60 pour 100 du gaz initial, entraîne 2,5 pour 100 environ d'AzH^3, on condense ainsi après chaque passage et sans aucune dépense de frigories coûteuses, plus de 90 pour 100 de l'ammoniac formé.

Dans les conditions instituées en Allemagne, au contraire, soit 200^{atm} et 6 pour 100 AzH^3, la pression propre d'AzH^3 n'est que de 12^{atm}, et il ne saurait être question de se borner à la condensation par de l'eau froide, qui ne liquéfierait pas moitié de l'ammoniac formé. Il faut, ou, à grand renfort de froid coûteux, amener la totalité du mélange gazeux, tenant très peu d'AzH^3, à une température où la tension de celui-ci est très faible, soit — 40° au moins, et l'on a abandonné ce procédé, trop coûteux même avec des échangeurs de température très efficaces; ou enlever AzH^3 par *dissolution dans l'eau* injectée sous 200^{atm}. Négligeons le travail considérable d'introduction de l'eau, en raison de la possibilité de le récupérer : il reste, sous forme de moteurs, de pompes, de colonnes de dissolution, une grosse complication dont le procédé par les hyperpressions est exempt.

De plus, le fait que l'ammoniac est recueilli sous la forme liquéfiée et non en solution aqueuse, confère au procédé par les hyperpressions un autre avantage.

J'ai expliqué, en effet [1], comment la transformation rationnelle de l'ammoniaque en engrais doit s'effectuer, non à l'aide d'acide sulfurique coûteux, mais à l'aide du chlore perdu dans l'industrie de la soude Solvay, et fournit alors, en quelque sorte comme sous-produit, des quantités énormes de carbonate de soude. Un examen plus complet de la question conduit, à ce propos, à une adaptation du procédé de Schreib, dans lequel l'évaporation dispendieuse de grandes masses de solutions est remplacée par des *précipitations alternées* de CO^3NaH et d'AzH^4Cl, cette dernière étant rendue possible — grâce à une carbonatation en deux temps — par l'insolubilité d'AzH^4Cl dans les solutions de carbonate *neutre* d'ammoniaque, à une température voisine de 5°. Ce procédé, qui évite de plus la perte de grosses quantités de sel marin non décomposé, jetées en même temps que $CaCl^2$ dans le procédé Solvay actuel, requiert donc beaucoup de *froid*. Ce froid, la simple évaporation de l'ammoniac liquide le produit directement et en presque suffisance à raison de plus de 300 frigories par kilogramme, tandis que la synthèse sous 200^{atm}, sauf complications, devrait obtenir tout ce froid par une dépense supplémentaire et considérable d'énergie. La forme liquide sous laquelle le procédé des hyperpressions livre son ammoniac rachète donc une grosse partie de l'excès de dépense d'énergie de ce procédé.

Il faut en outre remarquer que le principe des précipitations alternées d'AzH^4Cl et de CO^3NaH dans le même liquide exige que AzH^3 aussi bien que CO^2 y soient envoyés *à l'état gazeux*. Donc, la solution ammoniacale du procédé à 200^{atm} devrait être distillée pour en vaporiser et rectifier l'ammoniac, au prix d'une dépense de chaleur qu'on peut supposer fournie par les chaleurs perdues, et d'une complication nouvelle dont est encore exempt le procédé par hyperpression.

Je signalerai enfin une autre différence importante.

Dans le procédé à 200^{atm}, je l'ai dit, le faible facteur de combinaison oblige à renvoyer les gaz un grand nombre de fois sur le catalyseur : il faut pour cela relever la pression des gaz qui ont traversé le système de toute la perte de charge qu'ils y ont subie, soit, à chaque passage, 10^{atm} à 20^{atm} dans les conditions réalisées en Allemagne. Comme ces passages sont très

---

(1) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1001.

nombreux, la dépense d'énergie correspondante constitue un supplément supérieur au dixième de l'énergie initiale de compression, et les pompes de recompression sont une nouvelle complication. Dans le procédé par hyperpression, la grandeur du facteur de combinaison, la facilité de l'élimination de l'ammoniac et la possibilité de marcher en auto-réaction avec un très petit débit gazeux, évitent ces deux inconvénients : il suffit de faire traverser au gaz un très petit nombre d'appareils catalyseurs *successifs* avec élimination de AzH^3 après chacun d'eux, ce qui est évidemment possible sans aucun relèvement de pression, et ce qui permet en outre l'élimination continue des gaz inertes, comme l'argon, qui tendent à s'accumuler dans l'autre système.

Si l'on essaie de chiffrer toutes ces économies possibles d'énergie du nouveau procédé, on trouve que, vraisemblablement supérieur au point de vue du prix d'établissement, de la simplicité et de la possibilité de petites unités, il le sera peut-être même au point de vue de la consommation spécifique d'énergie. Cette espérance est d'autant plus justifiée que la pratique amènera sans doute à indiquer comme bénéficiant assez des avantages ci-dessus l'emploi d'hyperpressions notablement inférieures à 1000^{atm}.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la polarisation dans les solutions de fer.* Note de M. **W. Albert Noyes**, Jr., présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans une Note précédente [1] j'ai présenté les résultats de mes mesures sur le potentiel minimum nécessaire pour déposer le fer. J'ai remarqué que le potentiel minimum n'était pas égal à la polarisation, à cause de quelques réactions secondaires. Dans une autre Note [2] j'ai mesuré la polarisation dans l'acide sulfurique et sa variation avec la température. Dans le cas de l'acide sulfurique il y a un point bien marqué de décomposition de l'ion OH; mais, dans le cas du fer, la polarisation n'est pas due à des causes si simples. Il y a toujours, dans une électrolyse, un déplacement des ions, c'est-à-dire, dans le cas de l'électrolyse d'un métal, un appauvrissement des ions métalliques autour de la cathode, et un enrichissement autour de l'anode. Ce phénomène nous donne deux électrodes du même métal plongeant dans deux solutions de concentrations différentes, ce qui serait analogue à une

(1) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 971.
(2) *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 1049.

pile de concentration dont le voltage est opposé à la différence de potentiel appliquée. En outre, s'il doit se dégager du gaz, un survoltage se produit qui dépend de la pression extérieure.

Dans les expériences préliminaires, nous avons étudié la polarisation totale dans plusieurs électrolytes à différentes températures avec différentes anodes. Un peu de gélatine ($0^g,2$ par litre) fait diminuer la polarisation de 0,02 volt, tandis que d'autres substances telles que l'acide picrique, le phénol et l'alcool amylique (substances proposées par différents auteurs) la font augmenter un peu (0,2 à 0,05 volt).

En essayant plusieurs dépôts, au point de vue purement pratique, nous revenons à la conclusion que les solutions ferreuses de chlorure ou de sulfate sont les meilleurs électrolytes, quoique l'addition d'autres substances présente parfois de légers avantages. Nous avons étudié, alors, la polarisation anodique et la polarisation cathodique dans une solution de sulfate ferreux à différentes températures.

Jahn et Schoenroch [1], Haber [2], Lewis [3] et d'autres auteurs ont trouvé que l'équation

$$E_p = A \log_{10} I + B \qquad (1)$$

s'applique très exactement dans plusieurs cas pour le potentiel d'une électrode traversée par un courant. D'après la formule de Nernst, le coefficient A est donné par l'équation

$$A = \frac{0,0002\,T}{m_1 n_1}, \qquad (2)$$

où m_1 est l'ordre de la réaction et n_1 la valence. Lewis a trouvé que le coefficient A était égal à 0,163 (en déterminant l'inclinaison de la courbe $\log_{10} I$ — potentiel) dans une solution d'acide sulfurique avec une cathode en mercure. La valeur maxima, cependant, calculée d'après l'équation (2) est de 0,058 (en considérant $m_1 n_1 = 1$).

Il est intéressant de noter, cependant, que si nous admettons que $m_1 n_1 = 6$, les valeurs calculées par l'équation (2) dans les solutions ferreuses, multipliées par 10, sont bien d'accord avec les valeurs trouvées en calculant les inclinaisons des courbes.

---

(1) *Zeit. phys. Chem.*, t. 16, 1895, p. 45.
(2) *Zeit. phys. Chem.*, t. 32, 1900, p. 193.
(3) *Proc. Am. Ac. Arts and Sci.*, t. 41, 1906, p. 399.

Voici mes valeurs :

Valeur d'équation (2).10	Valeur trouvée.	Température. °C.
0,0960	0,0966	14,5
0,1098	0,1090	56,5
0,1134	0,113	67,5

Il faut remarquer que ces valeurs pour A ne s'appliquent qu'à une très petite partie de la courbe, c'est-à-dire pour les petites densités de courant. En augmentant la température, la courbe devient hyperbolique, une très petite partie seulement est une ligne droite.

Dans les expériences suivantes, j'ai opéré dans une atmosphère d'azote que j'ai d'abord fait passer sur du cuivre chauffé au rouge et que j'ai lavé ensuite par de la potasse. Les électrodes étaient en acier (à 0,8 pour 100 de carbone) séparées par une distance de 6^{cm} et ayant une surface de 64^{cm^2} chacune. L'électrolyte était une solution de sulfate de fer, à $25^g,1$ de fer par litre, et contenait seulement après les expériences des traces de sels ferriques. Un tube, en U, était placé derrière l'électrode en question et reliait le bain avec une électrode normale en hydrogène. L'hydrogène, formé par l'action de l'acide sulfurique sur le zinc, était lavé par du permanganate de potasse, de la potasse et par une solution deux fois normale en acide sulfurique de même concentration que la solution utilisée dans l'électrode. Le platine était platiné d'après le procédé et avec les précautions d'Ellis (¹). Les potentiels entre l'électrode acier et l'électrode d'hydrogène étaient mesurés par la méthode de compensation, les erreurs n'étant pas supérieures à 0,001 volt. Quand le voltage $Fe - FeSO^4 - H$ ne variait que de 0,001 volt au bout de quelques heures, on faisait les mesures.

Nous voyons qu'en solution acide, la polarisation est négligeable pour l'anode, et un peu plus élevée qu'en solution neutre pour la cathode. Sous ces conditions, la polarisation varie très peu avec la densité de courant. Après neutralisation de la solution, la polarisation n'augmente pas immédiatement, et devient normale seulement après plusieurs heures. Beaucoup de soin était nécessaire pendant les mesures, car une électrode polarisée cathodiquement restait polarisée pendant plusieurs heures, même en l'utilisant comme anode. L'addition d'une petite quantité de chlorhydrate d'ammoniaque fait diminuer la polarisation, mais des additions en quantité plus grande ne produisent pas d'effet appréciable.

(¹) *J. Am. Chem. Soc.*, t. 38, 1916, p. 742.

Voici mes valeurs :

Température. °C.	Polarisation. volt	Electrode.	Solution.
14,9	0,278	cathode	faiblement acide
»	0,037	anode	»
55	0,208	cathode	»
»	0,005	anode	»
74	0,127	cathode	»
20	0,219	anode	neutre
20	0,209	cathode	»
14,5	0,280	anode	»
»	0,207	cathode	plus $12^{cm^3},5$
70,8	0,120	cathode	($2NNH^4Cl$ par litre)

Les valeurs sont celles à haute densité de courant, où les valeurs varient peu avec le changement de courant.

En résumé, la formule de Nernst ne s'applique pas à la polarisation des solutions ferreuses, mais indique néanmoins des valeurs proportionnelles aux valeurs expérimentales (le coefficient A étant à peu près dix fois plus grand).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Oxydation réversible de l'azotite de sodium.* Note de MM. C. **Matignon** et E. **Monnet**, présentée par M. Le Chatelier.

On sait depuis longtemps que l'azotate de sodium se décompose sous l'influence de la chaleur en donnant d'abord de l'azotite de sodium :

$$NO^3Na = NO^2Na + O.$$

Nous avons déterminé les constantes thermiques, inconnues jusqu'ici, du nitrite de sodium et, en utilisant la chaleur de formation du nitrate, établi l'équation thermique suivante :

$$2\,NO^2Na_{sol} + O^2{}_{gaz} = 2\,NO^3Na_{sol} + 45^{Cal}.$$

Le système monovariant envisagé, comprenant des corps solides et un gaz, est certainement réversible, étant donné que la chaleur de réaction dépasse notablement la valeur de $9^{Cal},26$ correspondant à l'oxygène [1]. En réalité, quand la température s'élève, les sels fondent en donnant un mélange

---

[1] C. Matignon, *Annales de Chimie*, 8e série, t. **14**, 1908, p. 31.

homogène et la variance du système se modifie, néanmoins la conclusion précédente reste entière à cause de la grandeur de l'énergie thermique.

On avait vainement cherché jusqu'ici à transformer le nitrite de sodium en nitrate par oxydation directe [1].

Il nous a suffi d'opérer avec une pression convenable pour réaliser l'oxydation prévue. Nous nous contentons de donner ici les résultats d'une seule expérience.

3^g de nitrite de soude, dosant 97,5 pour 100 de nitrite pur, sont placés dans un tube de verre, introduit lui-même dans un tube d'acier résistant qui peut être chauffé électriquement. Le tube reste constamment en relation avec un manomètre.

La matière est chauffée pendant 4 heures de 395° à 450°, puis pendant 5 heures de 500° à 530°, sous une pression d'oxygène de 175^{atm}.

En fin d'expérience, on recueille un produit fondu pesant $3^g,633$ qui a attaqué superficiellement le tube de verre avec décomposition d'un peu de nitrate.

Dans ce produit, le nitrite est dosé par le permanganate de potasse et l'azote combiné total par la transformation du mélange nitrite et nitrate en ammoniaque (méthode Devarda). On déduit de ces analyses :

Poids de nitrite de soude......................	$0^g,046$
Poids de nitrate de soude	$3^g,382$

La transformation est donc presque totale.

La pression n'intervient ici que pour augmenter la vitesse de réaction, conformément à la variation de la concentration, car comme nous le montrerons dans un mémoire développé, on peut même réaliser l'oxydation sous la pression atmosphérique.

Cette réaction d'oxydation, qui pourrait présenter un intérêt pratique dans l'industrie des nitrate et nitrite synthétiques par l'arc électrique, s'effectue beaucoup trop lentement pour pouvoir être utilisée. Dans une autre expérience, après 2 heures de chauffe, entre 350° et 450°, et 4 heures à 450°, sous la pression de 125^{atm}, on n'avait transformé que 78,8 pour 100 de nitrite en nitrate. Il conviendrait de rechercher un catalyseur suffisamment actif pour espérer transformer économiquement les excès de nitrite de soude en nitrate à partir de l'air.

Nous avons essayé dans les mêmes conditions l'oxydation du nitrite de calcium en nitrate.

---

(1) Oswald, *Recherches sur les azotites*. Thèse, Paris, 1913.

Un échantillon d'un mélange de nitrite et de nitrate de chaux, mis obligeamment à notre disposition par M. Schlœsing, a été chauffé pendant 6 heures à 500° sous une pression de 240^{atm}. Il dosait avant et après l'expérience :

	Produit initial.	Produit final.
$(NO^2)^2Ca$ (pour 100)	43,49	26,40
$(NO^3)^2Ca$ (pour 100)	28,46	45,15

Le nitrite de chaux s'oxyde donc également lentement dans ces conditions.

En résumé, nous avons vérifié que le passage de l'azotite de sodium à l'azotate par oxydation directe était bien, comme on pouvait le prévoir, une réaction réversible. Cette réaction, pour devenir pratique, demanderait à être activée par l'emploi d'un bon catalyseur qui permettrait d'opérer sous la pression atmosphérique, ou sous pression très réduite.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Réaction réversible de l'eau sur le molybdène.* Note [1] de M. **Georges Chaudron**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

Dans une Note précédente [2], nous avons montré que l'oxydation du fer par la vapeur d'eau aux températures élevées se faisait suivant les deux réactions réversibles :

$$Fe + H^2O \rightleftharpoons FeO + H^2,$$
$$3FeO + H^2O \rightleftharpoons Fe^3O^4 + H^2.$$

L'appareil, employé pour la mesure des constantes d'équilibre de ces systèmes, fonctionnait d'après le même principe que celui de Sainte-Claire Deville [3]; par suite de la lenteur de la diffusion des gaz à l'intérieur de la chambre de réaction, l'équilibre était toujours très long à obtenir avec certitude, mêmes aux températures supérieures à 800°.

Dans le but de remédier à cet inconvénient, nous avons modifié notre appareil primitif de façon à permettre une circulation continue du mélange d'hydrogène et de vapeur d'eau sur les corps en réaction.

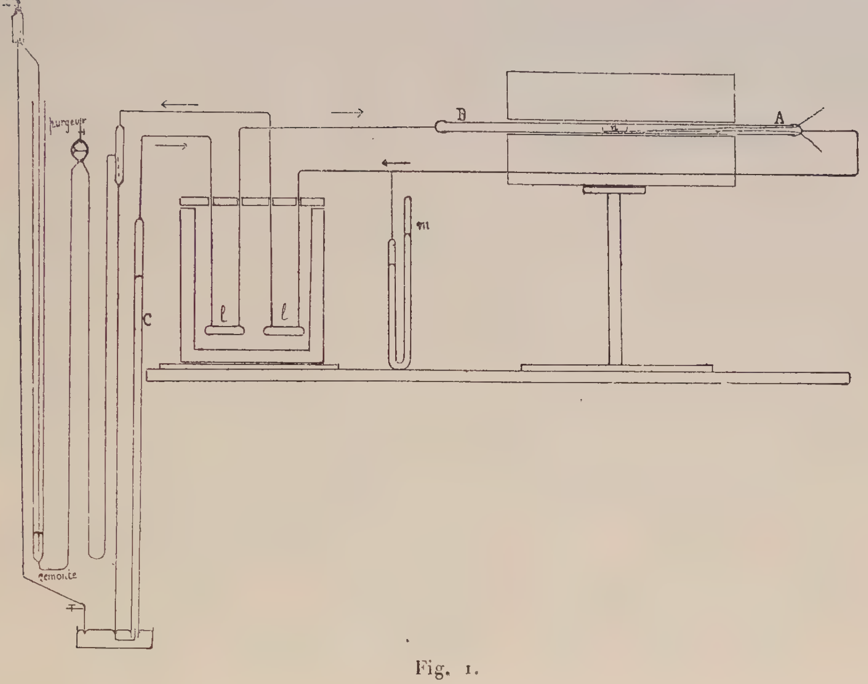
Nous avons appliqué ce dispositif à l'étude du système (vapeur d'eau, molybdène, hydrogène et bioxyde de molybdène); nous avons mesuré

---

[1] Séance du 5 janvier 1920.

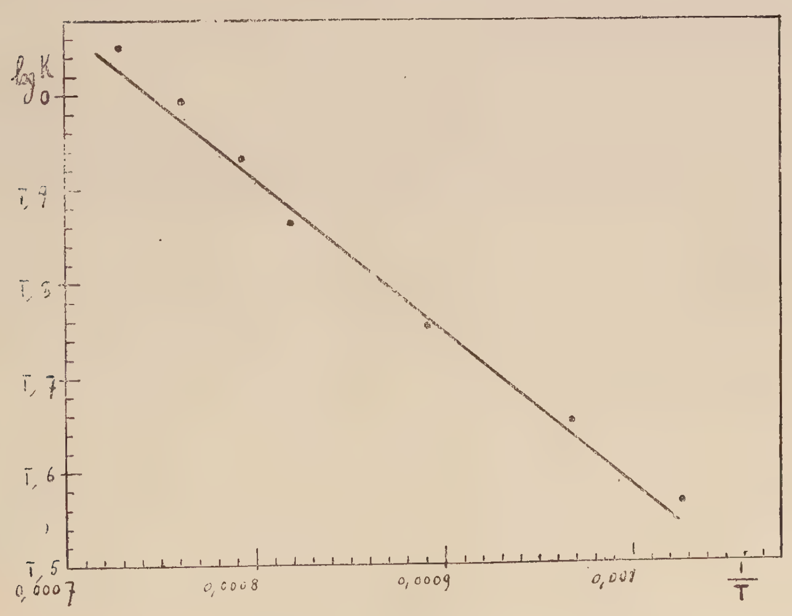
[2] *Comptes rendus*, t. 159, 1914, p. 237.

[3] *Comptes rendus*, t. 70, 1870, p. 1201.



purgeur
B
A
C
l
l
m
remonte

Fig. 1.



log K
0
$\bar{1},9$
$\bar{1},7$
$\bar{1},6$
$\bar{1},5$
0,0007
0,0008
0,0009
0,001
$\frac{1}{T}$

Fig. 2.

$K = \frac{pH^2O}{pH^2}$, à des températures variant entre 700° et 1100°, en partant soit du molybdène, soit du bioxyde MoO^2.

[M. Marcel Guichard [1] a déjà montré l'existence de cet équilibre à 800°, en se servant de la méthode de Debray [2].]

Fonctionnement de l'appareil. — Une nacelle *n* contient le métal et l'oxyde; elle est placée dans un tube en porcelaine AB chauffé dans un four électrique à résistance; la nacelle se trouvant placée dans la zone de température uniforme du four, on mesure la température avec une pince thermo-électrique, la soudure chaude étant au contact de la nacelle.

Le mélange d'hydrogène et de vapeur d'eau circulera de B vers A en passant par les laveurs *l* et *l'* avant et après le passage sur le métal et l'oxyde; cette circulation continue du mélange gazeux est assurée par la chute de mercure, les gaz aspirés rentrant dans l'appareil par la cloche C; la tension de la vapeur d'eau dans le mélange (pH^2O) correspond à la température de l'eau placée dans les laveurs, température maintenue constante et toujours inférieure à celle du reste de l'appareil; la tension d'hydrogène dans le mélange (pH^2) est mesurée par un manomètre *m*; pour la mesure, on arrête le débit de mercure et la lecture de la différence de niveau dans les deux branches se fait au cathétomètre; elle donne la tension de l'hydrogène humide ($pH^2O + pH^2$).

Précision obtenue dans la mesure de $K = \frac{pH^2O}{pH^2}$. — On mesure la température de l'eau des laveurs à moins de $\frac{1}{10}$ de degré, la tension pH^2O est toujours plus grande que 10^{mm}; donc pH^2O est mesurée à moins de 1 pour 100.

La pression $pH^2 + pH^2O$ est mesurée au cathétomètre à moins de $\frac{1}{10}$ de millimètre; cette tension $pH^2 + pH^2O$ est toujours plus grande que 20^{mm}; donc elle est connue à moins de 0,5 pour 100 et pH^2 à moins de 2 pour 100.

Donc $K = \frac{pH^2O}{pH^2}$ sera connu à moins de 3 pour 100.

Les mesures sont résumées dans le Tableau suivant :

---

(1) *Comptes rendus*, t. 131, 1900, p. 998.
(2) *Comptes rendus*, t. 45, 1857, p. 1078.

Températures des phases solides.	$K = \frac{pH^2O}{pH^2}$ obtenu par réduction.	obtenu par oxydation.
700°	0,37	0,39
760	0,45	0,47
850	0,56	0,57
940	»	0,71
950	0,72	»
985	0,86	0,87
1040	0,97	1
1100	1,12	1,13

Nous conserverons comme valeurs définitives de K celles trouvées par réduction, la vitesse de réduction étant toujours plus grande que la vitesse d'oxydation.

Si nous portons en abscisses les différentes valeurs de $\frac{1}{T}$ et en ordonnées les log K correspondants, les différents points obtenus s'alignent dans l'intervalle de température considéré.

GÉOLOGIE. — *Quelques observations sur la mer redonienne de Bretagne.* Note de M. F. **Kerforne**, présentée par M. Pierre Termier.

M. G. Dollfus a appelé Redonien un ensemble de dépôts différant des faluns vindoboniens de l'Ouest tant par son faciès : sables avec lentilles d'argile calcareuse ou d'argile plus ou moins plastique, que par sa faune notablement plus récente. Il a montré dans une carte les rapports de la mer redonienne avec la mer vindobonienne et fait ressortir leur indépendance. Suivant les localités, le Redonien repose sur les terrains primaires, sur les faluns, ou même sur le Rupélien, puisqu'on y rencontre, à Apigné par exemple, des galets de calcaire à *Archiacina armorica*; mais jusqu'à présent il n'avait pas été possible de voir avec précision le contact avec les terrains sous-jacents.

J'ai pu l'observer dernièrement à la Chaussairie, près de Rennes, et cette observation vient compléter heureusement les données que nous avions jusqu'ici.

Au-dessus des faluns très fortement ravinés de la petite carrière de la Garenne (la surface de ravinement plonge rapidement au Nord), il y a d'abord des glaises ocreuses peu épaisses ($0^m,10$ à $0^m,15$) dans lesquelles on trouve : 1° des galets parmi lesquels le grès domine de beaucoup et non le quartz comme à la base des faluns, 2° des fragments d'ossements de

mammifères, 3° des concrétions ferrugineuses renfermant, à l'état de moules, de nombreux débris de fossiles redoniens : *Bittium reticulatum*, *Arca*, *Cardita*, etc. Puis, viennent des sables puissants qui ont été exploités dans de nombreuses carrières, aujourd'hui abandonnées. Ils contiennent des lentilles irrégulières d'argile grise et souvent dans l'argile il y a des parties ligniteuses éparses et plus ou moins importantes. Tous ces dépôts doivent être rangés dans le Redonien; dans les mêmes sables à peu de distance, près du Vieux Chartres, on trouve du reste la faune d'Apigné.

De ces observations et des observations antérieures on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Après le dépôt des faluns vindoboniens il y a eu une période continentale pendant laquelle il s'est établi en certains endroits des tourbières, comme l'indique la présence dans les dépôts redoniens de parties ligniteuses, évidemment remaniées, aussi bien à la Chaussairie que près d'Apigné, dans le lit de la Vilaine.

Sans doute à ce moment l'érosion a commencé à attaquer les faluns.

2° La mer redonienne, à l'inverse de la mer vindobonienne, est venue du Sud, comme l'indique la présence à la base des dépôts de galets de grès dont l'origine ne peut être cherchée que dans les grès armoricains des environs de Laillé (5^{km} au Sud). Elle s'est étendue, en remaniant les formations continentales existantes, sur une surface où affleuraient, suivant les localités, les terrains primaires, le Rupélien ou les faluns.

GÉOLOGIE. — *Contribution à l'étude de la faille d'Argentat entre Eymoutiers (Haute-Vienne) et Treignac (Corrèze).* Note de M. **Jean Couégnas.**

Les travaux de Mallard [1], de Leverrier [2] et plus récemment ceux de M. G. Mouret [3], ont mis en évidence une importante zone de fractures qui s'étend de Villefranche-de-Rouergue aux environs de Bourganeuf (Creuse) et qu'on a appelée *zone des failles*, *zone des quartzites*, *faille d'Argentat*, etc. Cette bande bouleversée, de direction générale NNW, limite deux régions

---

(1) Mallard, *Carte agronomique et géologique du département de la Haute-Vienne au* 80000e, 1869; avec Notice.

(2) Leverrier, *Carte géologique détaillée de la France : feuille de Limoges*, n° 164, 1897, etc.

(3) G. Mouret, *Sur la limite occidentale du massif granitique d'Eymoutiers* (Haute-Vienne) (*Bull. Soc. géol. Fr.*, 4e série, t. 11, 1911).

distinctes à la fois par leur niveau topographique et par leur constitution géologique générale. A l'Ouest, c'est la *région limousine* ou *plateau schisteux de Limoges*; à l'Est, le massif granitique, *plateau de Millevaches*, *plateau de Gentioux*, etc., c'est la « Montagne » dont l'altitude moyenne est de 800^{m}. A la limite de ces deux secteurs, la dénivellation est très sensible et atteint rapidement 150^{m}.

Des recherches entreprises dans la région de bordure du massif granitique entre Eymoutiers et Treignac et interrompues par la guerre, m'ont amené à quelques découvertes qui contribueront à reconstituer l'histoire géologique de cette partie du Massif Central de la France.

La zone des failles va en s'élargissant du Nord au Sud, de Sainte-Anne à Chamberet. Au Nord, les granites de l'Est arrivent à son contact. Sa largeur, qui peut être de plusieurs kilomètres, est occupée par des roches quartzeuses, granitiques et schisteuses profondément modifiées par de puissants broyages, malaxages et laminages; la structure cataclastique s'y présente sur une large échelle. Souvent, il y a eu apport considérable de silice, qui a injecté ou enveloppé les débris de roches, contribuant ainsi à augmenter leur résistance à l'érosion et le brouillage de la zone. Des dykes épais de quartz à poches argileuses émergent çà et là et indiquent même à plusieurs kilomètres la direction générale de la faille (Sainte-Anne, Domps, Ceux, etc.). Malgré ce brouillage intense, il est possible de retrouver les caractères originaux des roches qui se retrouvent à l'Est et à l'Ouest. Toutes les variétés de granites de la bordure y apparaissent, granite à tourmaline, granite porphyroïde, granites à grains moyens ou à grains fins, ainsi que les schistes, gneiss et *amphibolites* de la région de Sussac. Aussi une délimitation précise en est difficile sinon impossible à l'Ouest, mais plus aisée à l'Est en raison des filons quartzeux et des venues porphyriques.

Dans cette région de grande perturbation mécanique, ce sont les roches dures, les granites, qui paraissent offrir les transformations les plus intéressantes.

Il y a là des structures aux variétés infinies qui révèlent au microscope leur origine dynamique : des roches constituées par de gros éléments tels que des cristaux ou amas de cristaux plus ou moins fissurés au milieu d'une masse granuleuse de débris où le mica a été transformé en chlorite. L'aspect vaguement schisteux est celui d'une *structure à mortier*, d'un gneiss œillé grossier. Ailleurs les phénocristaux paraissent mieux orientés et donnent une *structure lenticulaire*. Parfois on découvre des textures nettement schisteuses comme si les actions mécaniques avaient eu une direction

définie. Dans ce cas il serait difficile de reconnaître la roche d'origine si l'on ne pouvait observer le passage sur le terrain. Il n'y a plus de phénocristaux et la schistosité peut devenir remarquable; le mica transformé en chlorite se dispose en plages distinctes. En définitive, on a affaire à de véritables *mylonites*.

C'est au milieu de ces roches, près du village de Rebeyrolle au sud-ouest de Domps, que j'ai découvert un affleurement d'*amphibolite* (*gneiss amphibolique*) offrant des petites plages de calcite. Cet affleurement qui est le seul ayant été signalé dans cette zone brouillée me paraît en relation avec les amphibolites de Sussac et tend à infirmer la théorie du fossé d'effondrement dans cette région. Sa présence à cet endroit contredit l'opinion de M. G. Mouret sur l'absence d'amphibolites dans la région des failles.

Vers Sainte-Anne, où dominent au contact des filons de quartz des granites à mica blanc et à tourmaline, les mêmes phénomènes de transformation mécanique s'observent : passage graduel de la granulite peu déformée à une roche franchement schisteuse avec plans de glissements caractéristiques où les cristaux sont broyés. On assiste à une dissociation et à une orientation progressives du mica blanc suivant les plans de clivage. Ces *granites* (*à muscovite*) *laminés* se présentent en bancs de un à quelques décimètres d'épaisseur plongeant à l'Ouest et découpés par des fractures verticales de direction NW ou NNW. Ils sont particulièrement visibles entre les villages du Landeix et du Cheyroux.

L'hypothèse que ces roches pouvaient se rencontrer en dehors de la faille m'a amené à découvrir, à environ 5^{km} à l'est de la limite de Leverrier, entre les villages du Pré-Loubeix et du Grand Bouchet, un lambeau assez étendu de granulite laminée. Ce résultat amènerait donc à conclure que les roches laminées n'appartiennent pas en propre à la région des failles. De récentes recherches ont fait découvrir de nombreux gisements de roches écrasées dans l'ouest du Massif Central [1] et il n'y a pas de doute qu'un relevé minutieux de leur extension actuelle sera d'une importance considérable pour l'histoire géologique du Plateau Central de la France.

---

(1) L. de Launay, *Sur quelques roches écrasées du Plateau Central* (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1434). — G. Mouret, *Sur le prolongement, au Nord-Ouest, de la zone des roches écrasées reconnues entre Asprières* (*Aveyron*) *et Fromental* (*Haute-Vienne*) (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 862); *Sur quelques effets de laminage des roches observés dans la partie occidentale du Massif Central* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 980).

BOTANIQUE. — *Sur les causes de l'élongation de la tige des plantes étiolées.* Note de M. **Henri Coupin**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Lorsque l'on cultive, comparativement, des plantules, les unes à l'obscurité et les autres à la lumière, on se rend facilement compte que les parties aériennes de ces dernières sont vertes et courtes, tandis que celles des premières offrent les caractères des plantes étiolées, c'est-à-dire qu'elles sont jaunes ou blanchâtres et que leurs tiges sont très longues. A quoi est dû cet allongement des plantes étiolées ou, ce qui revient au même, quelle est la cause du rabougrissement des plantules éclairées? On attribue, généralement, cette différence à la lumière qui, on l'admet, ralentit la croissance. A examiner les choses de plus près, on s'aperçoit que, si cet effet ralentisseur de la lumière existe bien, il est en réalité incapable de produire une aussi grande différence que celle que l'on constate dans certaines plantes, le *Pois*, la *Vesce*, la *Lentille*, etc., par exemple, où les tiges étiolées ont, parfois, plus de dix fois la longueur des tiges qui se sont développées à la lumière. Il y a là, évidemment, un autre phénomène qui s'ajoute à l'influence retardatrice de celle-ci. On peut se demander si les caractères des plantes étiolées ne proviennent pas de l'absence, chez elles, de chlorophylle et, par suite, de fonction chlorophyllienne. Partant de cette hypothèse, que des observations variées m'avaient rendue vraisemblable, j'ai fait quelques expériences qui, comme on va le voir, paraissent l'avoir corroborée d'une manière assez satisfaisante, ce qui, d'ailleurs, ne veut pas dire qu'elle soit exacte.

Prenons, par exemple, le *Lupin blanc*, qui, à la lumière, donne des plantules dont les cotylédons et les jeunes feuilles sont extrêmement verts et dont les axes hypocotylés le sont un peu moins. Mettons à germer des graines : 1° à la lumière et dans de l'eau de source; 2° à l'obscurité et dans la même eau; 3° à l'obscurité et dans de l'eau où l'on a trituré des plantules vertes [1]. Voici un exemple des résultats que l'on obtient :

---

[1] Ce liquide (qui est neutre au tournesol) est, bien entendu, filtré, stérilisé à l'autoclave, puis, à nouveau, filtré et restérilisé. La trituration dans un mortier a été faite avec les cotylédons, les jeunes feuilles, les axes hypocotylés et une partie des racines.

LUPIN BLANC.

Accroissement de l'axe hypocotylé (H) *et de la racine* (R) (*en centimètres*) *de plantules qui, au début de l'expérience, avaient un axe hypocotylé presque nul et une racine de* 0cm,5 (T° = 24° env.).

Au bout de :		A la lumière et dans de l'eau de source.	A l'obscurité dans de l'eau de source.	A l'obscurité dans de l'eau de source additionnée du suc de plantules vertes.
24 heures	H	0,4	1,3	0,6
	R	2,5	3,2	0,5
48 »	H	0,9	3,5	0,7
	R	3	7	3
72 »	H	1	4,3	0,8
	R	3,2	10,5	3,6
96 »	H	1,2	7,5	0,9
	R	4,5	12,5	3,7
120 »	H	1,5	9	1
	R	5	12,6	3,8
144 »	H	2	12	2
	R	6	12,8	3,8
168 »	H	2,2	15	3
	R	6,5	13	3,9
192 »	H	2,3	17	4
	R	10	15	4,5

Autant que l'on peut conclure de cultures faites en milieux de composition un peu différente, il paraît évident que la présence, dans l'eau, de suc de plantules vertes a notablement réduit la croissance, aussi bien de l'axe hypocotylé que de la racine, et que, bien qu'élevée à l'obscurité, la plantule en question a présenté des caractères de rabougrissement analogues, mais, cependant, moins intenses, que celle cultivée à la lumière. J'explique ce fait en émettant l'hypothèse que, du fait de la fonction chlorophyllienne, les chloroleucites, par une sorte de sécrétion interne analogue à celles qui commencent à être bien connues chez les animaux, déversent, dans les organismes végétaux, quand ils assimilent à la lumière, une substance qui, sans être complètement *toxique*, est cependant un peu *nocive* et susceptible de ralentir la croissance, et, vu cette action « nanisante » [1],

---

[1] Je n'ai aucune donnée sur la nature chimique de cette substance hypothétique, vraisemblablement complexe; tout ce que je peux en dire c'est qu'elle est soluble dans l'eau et n'est pas détruite à 120°.

donne aux plantules exposées à la lumière, un aspect rabougri par rapport aux plantules étiolées.

On peut objecter aux résultats dont je viens de donner un exemple cette supposition que si le suc du Lupin verdi est un peu nocif, c'est parce que les substances contenues naturellement dans le Lupin le sont par elles-mêmes et non parce qu'elles proviennent de plantes riches en chloroleucites et, par suite, aptes à assimiler. Le Tableau suivant répond, semble-t-il, a cette observation :

LUPIN BLANC.

Accroissement de l'axe hypocotylé (en centimètres) de jeunes plantules (T° = 22° env.).

Au bout de :	A la lumière et dans de l'eau de source.	A l'obscurité: dans l'eau de source.	A l'obscurité: dans l'eau additionnée de suc de plantules étiolées.	A l'obscurité: dans l'eau additionnée de suc de plantules vertes.
24 heures	0	0,4	1	0,3
48 »	0,3	1,5	1,3	0,4
72 »	0,4	3,5	2,3	0,8
96 »	0,8	5,5	3	1,1
120 »	1	9	4	1,5
144 »	1,6	11	6	2,1
168 »	3	13,5	8	2,5

On voit que le suc des plantules étiolées, s'il a un peu ralenti la croissance, n'a pas eu, à beaucoup près, le même effet « nanisant » de celui de plantules vertes.

En résumé, *il semble que, si les plantules obtenues à la lumière sont naines par rapport à celles ayant poussé à l'obscurité, c'est que, du fait de la fonction chlorophyllienne qui peut s'effectuer grâce à leurs chloroleucites, ceux-ci, par une véritable sécrétion interne, déversent dans le végétal une substance qui en ralentit la croissance. Inversement, si les plantes étiolées ont de longues tiges, cela est dû à ce qu'elles ne peuvent assimiler, pour la double raison qu'elles n'ont pas de chloroleucites et qu'elles ne reçoivent pas de rayons lumineux.*

BOTANIQUE. — *Différences thermiques de l'ubac à l'adret d'une vallée lacustre.* Note de MM. **Edmond Gain** et **André Gain**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Les différences de végétation constatées à l'ubac et à l'adret d'une vallée sont ordinairement considérées comme résultant surtout des conditions

thermiques : sommes des températures utiles, précocité du déneigement et du dégel, durée de l'ensoleillement direct, etc. Nous nous sommes proposé de préciser, par des observations, les différences thermiques qui peuvent être constatées, en été, sous le climat de l'Est de la France, entre les deux versants d'une vallée lacustre (vallée de Gérardmer) orientée sensiblement de l'Est à l'Ouest. Le versant Nord, qui regarde le Sud, a des caractères d'adret qui se manifestent notamment par des avances phénologiques dans les phénomènes de floraison au printemps. Dans le thalweg de la vallée, le lac forme une grande masse d'eau profonde à température relativement peu variable en été. Le lac sépare nettement les influences totalisées respectivement par chacun des deux versants des rives Nord et Sud. Les observations thermométriques, effectuées à l'aide d'appareils spéciaux, ont donné des lectures faciles avec une approximation de $\frac{1}{8}$ de degré centigrade. Pour dégager l'allure générale du profil thermique orienté NS, perpendiculairement à l'axe d'orientation de la vallée, nous avons choisi la deuxième partie d'une période de sécheresse qui s'est étendue sur août et septembre 1919.

Après de nombreux essais préliminaires, destinés à éviter les causes d'erreur, nous avons adopté, comme base, la prise simultanée des températures du sol, à 1^{dm} de profondeur, sous une couverture végétale comparable de gazon ras (pré fauché).

Les points d'observation se trouvaient de 660^{m} à 800^{m} d'altitude. Cette faible dénivellation ne peut donner une gamme régulière de températures descendantes à mesure qu'on monte en altitude sur les deux versants.

5 septembre 1919, $9^{h}30^{m}$ à $10^{h}30^{m}$ du matin (à 1^{dm} sous le sol, à l'ombre) :

Températures des sols notées à l'ubac (Xetté) : $12^{\circ}\frac{1}{4}$ à $12^{\circ}\frac{1}{2}$ C.

Températures des sols notées à l'adret (Les Xettes) : $13^{\circ}\frac{1}{2}$ à 15° C.

Moyennes.	Adret	$14^{\circ}\frac{2}{8}$
	Ubac	$13^{\circ}\frac{3}{8}$
	$a-u$	$0^{\circ}\frac{7}{8}$

Sur une colline située dans la vallée, un profil thermique orienté Est-Ouest a donné l'après-midi $a - u = 1^{\circ}\frac{5}{8}$.

Après un mois de sécheresse estivale les différences de température des sols de l'ubac à l'adret sont donc minimes et à peine supérieures à 1°. Nous avons cherché une autre caractéristique dans la température des eaux de ruissellement des deux versants au moment où elles arrivent près du lac.

A plusieurs reprises nous avons noté, à peu près au même moment, les températures des eaux et du sol baigné par les eaux de 9 ruisseaux affluents dont 3 à l'adret et 3 à l'ubac étaient comparables par leur trajet et leur débit. Nous avons dégagé les moyennes suivantes :

		(Température de l'eau à 1^{dm} au-dessous du niveau de l'eau.)	(Temp. du sol à 1^{dm} de profondeur dans le lit du ruisseau.)
Adret.	R. n° 1	16°$\frac{1}{4}$	16°
	n° 2	16	16°
	n° 3	13°$\frac{1}{4}$	13°$\frac{1}{2}$
		Moy. 15°,16	Moy. 15°,16
Ubac.	R. n° 1′	14°$\frac{1}{2}$	14°$\frac{1}{2}$
	n° 2′	13°	16°
	n° 3′	12°	12°$\frac{1}{4}$
		Moy. 13°,16	Moy. 13°,25
Différences		$a - u = 2°$	$a - u = 1°,91$
Ubac.	R. n° 4′	15°$\frac{1}{4}$	15°$\frac{1}{2}$
	n° 5′	14°$\frac{1}{2}$	14°$\frac{1}{2}$
	n° 6′	7°$\frac{1}{4}$	7°$\frac{1}{2}$
		Moy. 12°,33	Moy. 12°,5
		(Température des eaux superficielles du lac, 19°$\frac{1}{2}$.)	(Temp. de l'air à 1^{m} au-dessus du sol, 20°.)

Températures les plus basses des sources :

A l'adret (Haut des Xettes)	10°$\frac{1}{4}$
A l'ubac (Roche du Lac)	7°$\frac{1}{4}$
$a - u$	3°

Températures des grèves du lac (3 septembre 1919, 10^{h}30^{m} matin).

	Sol sec à l'ombre grève exondée.	Limite du sol mouillé par l'eau du lac.	Eau des ruisseaux.	Eau du lac près de la rive.
Adret	14°	16°$\frac{3}{4}$	13°	18°
Ubac	12-12$\frac{1}{2}$	12$\frac{1}{2}$	12	17
$a - u$	1$\frac{1}{2}$ à 2	4$\frac{1}{4}$	1	1

(Température de l'air au milieu du lac, à 1^{m} au-dessus de l'eau, 21°$\frac{1}{2}$; température de l'eau du milieu de lac à 1^{dm} sous la surface de l'eau, 18°.)

En résumé, dans nos observations, le profil thermique Nord-Sud, perpendiculaire à l'axe Est-Ouest de la vallée lacustre considérée, a présenté les particularités suivantes en période estivale et sèche prolongée :

1° Masse d'eau lacustre ayant en surface une température très supérieure à celle des sols des deux versants de la vallée. Cet excédent peut atteindre 4° à 6°.

2° Températures de l'ubac et de l'adret présentant des différences d'environ 1°C. dans les sols et dans les eaux, en des points correspondants.

3° Refroidissement du sol sur les deux rives, mais plus accentué à l'ubac qu'à l'adret, avec une différence qui peut atteindre à l'ubac jusqu'à 5° ou 6° au-dessous de la température des eaux du lac. La zone de raccordement des températures du lac et des deux versants s'étend sur environ 1^{m} en bordure des eaux du lac.

4° Les eaux et les sols les plus froids sont situés sur la rive du lac en un point de l'ubac. Et cela malgré la masse chaude des eaux du lac qui doit tendre, en été, à réchauffer l'ubac.

Il n'est pas douteux que les profils thermiques, d'une vallée déterminée, établis à plusieurs époques caractéristiques ou saisonnières, fournissent une documentation écologique qui doit s'ajouter à la notion classique des intégrales des températures utiles, pour différencier l'ubac de l'adret, et préciser les conditions qui régissent leurs associations végétales respectives.

BOTANIQUE. — *Sur l'évolution du chondriome dans la cellule végétale.* Note de M. A. **Guilliermond**, présentée par M. Gaston Bonnier.

Lorsqu'on examine des coupes de racines de Courge, fixées et colorées par les méthodes mitochondriales, on constate dans les cellules les plus jeunes du méristème un chondriome constitué à la fois par des mitochondries granuleuses ou en courts bâtonnets et par des chondriocontes onduleux et plus ou moins allongés (*fig.* 1). Ces éléments présentent tous les mêmes caractères histo-chimiques et sont tout à fait semblables aux mitochondries qui constituent le chondriome de la cellule d'un animal ou d'un Champignon. Dans une cellule de foie de Grenouille (*fig.* 4) et dans un jeune asque de *Pustularia vesiculosa* (*fig.* 3), par exemple, on trouve un chondriome composé par les mêmes éléments.

En suivant l'évolution du chondriome de la racine de Courge pendant la différenciation cellulaire, on constate cependant que ces différents éléments n'ont pas tous la même valeur. Dans les cellules les plus jeunes des méristèmes, les chondriocontes forment parfois sur leur trajet de petites vacuoles dont le contenu incolore représente un grain d'amidon. De plus dans les cellules en voie de différenciation, les chondriocontes subissent des modifications qui consistent surtout en une augmentation d'épaisseur et en même temps élaborent de petits grains d'amidon composés, ce sont

donc des amyloplastes. Leurs formes et leurs dimensions sont d'ailleurs variables selon les tissus et selon les phases d'activité élaboratrice ou de repos de a cellule; ils peuvent s'allonger beaucoup, se ramifier, se segmenter



Fig. 1 et 2. Chondriocontes de la racine de Courge. — Fig. 3. Chondriome d'une jeune asque de *Pustularia vesiculosa*. — Fig 4. Chondriome dans une cellule de foie de Grenouille.

en bâtonnets courts ou en grains, s'épaissir ou s'amincir (*fig.* 2). Ils conservent les caractères histo-chimiques et morphologiques des mitochondries ordinaires et dont ils se distinguent que par des dimensions un peu plus

élevées. Au contraire, les mitochondries granuleuses ou en courts bâtonnets conservent le plus souvent leurs formes ordinaires, cependant dans certaines cellules elles sont susceptibles de s'allonger en chondriocontes plus minces que les amyloplastes; enfin elles ne participent jamais à l'élaboration de l'amidon.

Comme les deux catégories d'éléments qui constituent le chondriome présentent les mêmes caractères de fixation et de coloration, jouissent l'une et l'autre de la propriété de se diviser et de passer de l'état de grain à celui de filament et inversement, et ne se distinguent pas dans les cellules des méristèmes, on est forcé d'admettre qu'elles font toutes deux partie du chondriome, mais qu'elles constituent deux variétés de mitochondries.

Si, maintenant, nous prenons comme exemple les cellules épidermiques des pièces du périanthe d'une fleur de Tulipe (variété blanche) au moment où la fleur s'ouvre, nous constaterons un chondriome également constitué par des mitochondries granuleuses ou en courts bâtonnets, et par des chondriocontes minces et allongés, onduleux et parfois ramifiés. Mais ici les mitochondries granuleuses et les courts bâtonnets se distinguent des chondriocontes par le fait qu'ils sont légèrement plus chromophiles. De plus, ces deux catégories n'ont pas la même valeur physiologique, car dans les deux variétés jaunes de Tulipe, les chondriocontes élaborent le pigment xanthophyllien, tandis que les mitochondries granuleuses ou en courts bâtonnets ne participent pas à cette élaboration; cependant, les propriétés microchimiques et l'allure générale de ces deux catégories d'éléments sont tout à fait caractéristiques de ce que l'on est convenu de désigner sous le nom de *chondriome* dans la cellule animale. Si l'on recherche l'origine de ces deux catégories d'éléments dans les cellules très jeunes du méristème, on ne trouve d'abord que des mitochondries granuleuses et de courts bâtonnets, qui se colorent de la même manière, et il est impossible de distinguer parmi elles celles qui deviendront des chondriocontes, de celles qui resteront à l'état de grains. A un stade ultérieur, on constate qu'un certain nombre de ces éléments s'allongent en chondriocontes, tandis que les autres conservent leurs formes primitives. En étudiant le chondriome des cellules du nucelle et du sac embryonnaire au début de leur développement, on ne peut pas distinguer non plus parmi ces éléments ceux qui deviendront plastides de ceux qui deviendront mitochondries. On est donc naturellement amené à penser que les plastides sont une variété spéciale des mitochondries, résultant de la différenciation des mitochondries indifférenciées du méristème.

Cependant, on sait que dans les Bryophytes, où la chlorophylle persiste à tous les stades du développement, il existe des chloroplastes distincts des mitochondries, qui se transmettent par divisions, par l'intermédiaire de l'œuf. Les recherches d'un de nos élèves, M. Mangenot, ont abouti au même résultat dans les Fucacées.

Ceci nous conduit donc à penser que ce qu'on désigne sous le nom de *chondriome* serait constitué par des variétés distinctes des mitochondries, morphologiquement semblables, mais prédestinées à des fonctions spéciales et conservant chacune leur individualité au cours du développement [1]. Les plastides représenteraient donc l'une de ces variétés. Il est fort possible qu'il en soit de même dans la cellule animale, où les travaux de Regaud tendent à démontrer qu'il existe plusieurs catégories distinctes de mitochondries.

BOTANIQUE. — *Sur le carmin aluné et son emploi, combiné avec celui du vert d'iode, en Histologie végétale.* Note de M. **Robert Mirande**, présentée par M. L. Mangin.

Le carmin aluné, d'abord préconisé par Grenacher comme colorant nucléaire, a été introduit dans la technique botanique par Tangl [2] qui le donne comme un « colorant excellent des membranes cellulosiques ».

Recommandé dans chacune des éditions du *Praktikum de Strassburger* (soit selon la formule de Tangl, soit selon celle, très voisine, de P. Mayer) il est devenu l'un des réactifs les plus couramment employés en histologie végétale. Associé au vert d'iode suivant les indications du *Praktikum* (3e édition, p. 68), il fournit une différenciation commode entre les tissus lignifiés ou non, le vert d'iode se fixant fortement sur les premiers.

J'ai employé concurremment, au cours de mes essais, une solution de carmin aluné préparée selon la formule de Grenacher et une solution de carmalun de Mayer. La solution de vert d'iode provenait des établissements Poulenc. J'ai pu faire les observations suivantes :

1° *Ce carmin aluné ne colore pas la cellulose mais se fixe sur les composés pectiques.*

---

(1) Cette opinion est très différente de celle de Mottier, qui admet que les plastides ne sont pas des mitochondries. Les plastides, au contraire, ont toutes les formes caractéristiques des mitochondries de la cellule animale et leur ressemblent même davantage que les autres éléments, qui constituent avec eux le chondriome de la cellule végétale.

(2) E. Tangl, *Pringsh. Jahrb. f. wiss. Bot.*, Band 12, p. 170.

En effet : *a.* Il ne colore pas les fibres cellulosiques pures (coton, coton à nitrer des papeteries, papier Berzélius) même après un contact de plusieurs jours, avec ou sans action préalable d'une lessive alcaline concentrée.

b. Il ne colore plus les membranes celluloso-pectiques des tissus de Phanérogames ou des cellules de Thallophytes après élimination des constituants pectiques, soit par l'action successive des acides et des bases (procédé Mangin (¹)], soit par la cuisson à 300° dans la glycérine [procédé de Van Wisselingh (²)].

Si, après action du permanganate de potasse à 2 pour 100, lavage à l'eau oxygénée et à l'acide acétique à 50 pour 100, selon le procédé Mangin, on vient à traiter par l'eau ammoniacale, sous le microscope, des coupes fines de carotte préalablement colorées au carmin, on peut les voir se décolorer, tandis que les composés pectiques diffluent en entraînant avec eux le colorant qui se prend en grumeaux sous l'action de l'ammoniaque. Ceci n'aurait pas lieu si le carmin avait teint la cellulose de la membrane, car il serait alors précipité *in situ*.

c. Si, au contraire, on élimine entièrement la cellulose en laissant macérer les échantillons (coupes de carotte ou filaments de *Cladophora*) pendant plusieurs jours dans la liqueur de Schweitzer, on peut constater qu'ils se colorent ensuite par le carmin d'une façon beaucoup plus intense, alors qu'ils ne donnent plus, à l'acide iodhydrique iodé fumant, la réaction bleue caractéristique de la cellulose.

d. Enfin j'ai eu l'occasion de montrer (³) qu'un certain nombre d'algues du groupe des Siphonales (Caulerpes et Udotées) possèdent une membrane calloso-pectique, avec exclusion de la cellulose vraie. Ces membranes se colorent par le carmin aluné qui n'est pas un colorant de la callose.

e. Les colorations obtenues en l'absence de la cellulose, dans chacun des cas précédents, ne sont pas dues à la présence de substances protéiques dans les membranes examinées, car elles se manifestent très fortement quand on a pris soin de détruire ces substances par des traitements appropriés (hypochlorite, macération de Hofmeister, ou mieux oxydation prolongée par le permanganate de potasse).

Cet ensemble de faits prouve que le carmin aluné doit être considéré comme un

(¹) L. Mangin, *Rech. anat. sur les composés pectiques* (*Journ. de Bot.,* 1893).

(²) Van Visselingh, *Microch. Unters, etc.* (*Pringsh. Jahrb. f. wiss. Bot.,* Band 21, 1898).

(³) Robert Mirande, *Ann. Sc. nat. Bot.*, 9e série, t. 18, 1903, p. 147.

colorant des composés pectiques et non de la cellulose comme on le pense généralement. Je rappellerai qu'une méprise du même genre, due principalement à ce que la cellulose a été pendant longtemps considérée comme le seul constituant fondamental de la membrane, a déjà été commise par Giltay pour l'hématoxyline, Gardiner pour le bleu de méthylène et van Tieghem pour le brun vésuvien et le bleu de quinoléine (Mangin, *loc. cit.*, p. 38).

Il faut enfin ajouter que le carmin aluné est loin de valoir comme colorant des substances pectiques le rouge de ruthénium de Mangin. Sa pénétration est toujours beaucoup plus lente, principalement si l'on a à examiner des membranes épaisses ou qui ont été longtemps conservées en herbier ou dans l'alcool. Il sera souvent nécessaire, dans ce cas, de gonfler les échantillons par un passage préalable dans une lessive alcoolique de potasse. Peut-être pourrait-on voir, dans ce phénomène d'ordre purement mécanique, l'explication du fait que le carmin ne pénètre pas dans les membranes lignifiées.

2° *La double coloration vert d'iode-carmin aluné.* — Mangin avait montré dès 1893 (*loc. cit.*, p. 37) que le vert d'iode était également un colorant des composés pectiques. Plus tard, Géneau de Lamarlière ([1]), qui semble n'avoir pas connu les travaux de cet auteur, s'attache à démontrer que le vert d'iode n'est pas spécial à la lignine. Il constate que des membranes délignifiées et ne donnant plus la réaction de la phloroglucine chlorhydrique se colorent encore par le vert d'iode (et aussi par le carmin aluné).

Ces résultats, qui concordent dans leur ensemble avec ceux que j'ai obtenus, s'expliquent par la présence, dans la membrane délignifiée, de composés pectiques et non de matières azotées comme le pensait l'auteur, se basant en cela sur des colorations également communes aux substances pectiques (brun de Bismarck, bleu de méthylène). C'est aussi grâce à leur présence que les membranes normales sont uniformément colorées après un passage dans le vert d'iode.

L'élection qui se manifeste, en présence de tissus lignifiés, dans la double coloration étudiée n'en est pas moins réelle. Il était intéressant d'en faire mieux connaître le mécanisme et de souligner la relativité de cette méthode qui rend de grands services en permettant, grâce à la fréquence des composés pectiques vers les membranes végétales, de distinguer entre elles deux grandes catégories de tissus, alors, qu'en réalité, aucun des deux colorants qu'elle met en œuvre ne colore spécifiquement la substance qu'il sert à différencier.

([1]) Géneau de Lamarlière, *Rev. gén. de Bot.*, t. 15, 1903, p. 149 et 221.

BOTANIQUE. — *Sur l'évolution du chondriome et des plastes chez les Fucacées.* Note [1] de M. G. **Mangenot**, présentée par M. L. Mangin.

Dans une Note précédente [2], nous avons montré l'existence des phæoplastes dans la cellule apicale des *Fucus;* nous avons dit comment évoluent ces phæoplastes : ils restent petits dans les cellules profondes et deviennent volumineux dans les cellules périphériques. Nous nous proposons aujourd'hui d'étudier, au même point de vue, les organes reproducteurs.

Les conceptacles prennent naissance, on le sait, par la fonte d'une série de cellules périphériques; il se forme ainsi une cavité dont le fond se trouve précisément tapissé par les cellules centrales du thalle. Ces cellules contiennent, outre quelques grains de fucosane, de petits plastes et des mitochondries grainuleuses (*fig.* 2).

L'oogone apparaît tout d'abord comme une papille saillante à l'intérieur du conceptacle (*fig.* 1). Les éléments qu'elle renferme sont les mêmes que ceux des cellules pariétales, dont une lui a d'ailleurs donné naissance : ce sont de petits phæoplastes (P) et des mitochondries (M); toutefois, le fucosane semble plus ou moins absent, et le cytoplasme retient assez fortement les colorants.

La papille grandit (*fig.* 2); en même temps, les plastes (P) se multiplient, comme le prouvent les figures de division, nombreuses à ce stade. Le fucosane (F) apparaît sous forme d'une fine poussière de grains colorés en jaune dans la méthode de Regaud, et dont nous n'avons pu, malheureusement, déceler l'origine. Les mitochondries granuleuses sont abondantes et augmentent quelque peu de volume en même temps que l'oogone.

Celle-ci s'enfle toujours, tandis que les grains de fucosane deviennent beaucoup plus volumineux. Les divisions des phæoplastes se ralentissent; ceux-ci sont plus ou moins fusiformes, ils ressemblent aux plastes des tissus profonds et, comme eux, ils sont complètement déformés, sinon détruits, par les fixateurs renfermant de l'acide acétique. Dans les régions marginales, autour du noyau, et, en général, dans les parties où le fucosane est peu dense, les mitochondries granuleuses se montrent avec une netteté parfaite. Ce stade correspond à notre figure 3. Les divisions nucléaires sont alors achevées dans l'oogone et celle-ci va se segmenter en huit oosphères.

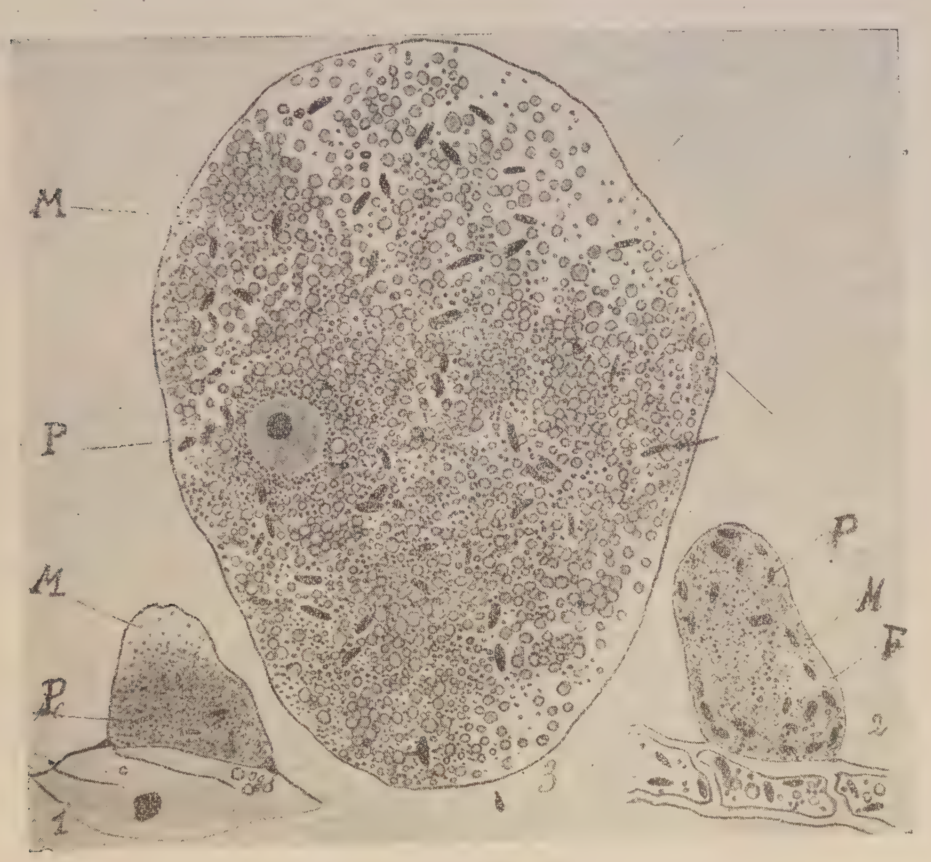
---

[1] Séance du 12 janvier 1920.

[2] *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 63.

Les oosphères ont la même structure que l'oogone, comme d'ailleurs l'œuf fécondé et l'embryon. Celui-ci, en se développant, reproduit la jeune plantule étudiée précédemment.

En résumé, l'évolution du chondriome et des plastes chez les Fucacées



Oogone de *Fucus* à divers stades de son développement.

est caractérisé par les particularités suivantes : persistance des phæoplastes pendant tout le développement de la plante; mais les phæoplastes des tissus jeunes et des organes reproducteurs sont de petite taille, très sensibles aux agents chimiques; ils diffèrent nettement des phæoplastes volumineux qui se constituent à leurs dépens pour aller remplir les cellules assimilatrices de la périphérie.

A côté de ces plastes, il existe, dans toutes les cellules, un chondriome formé exclusivement de mitochondries granuleuses et dont les fonctions demeurent encore inconnues.

MYCOLOGIE. — *La famille des Parodiellinacées* (*Pyrénomycètes*). Note de M. G. Arnaud, présentée par M. L. Mangin.

Nous avons créé récemment [1] cette famille en rapprochant un certain nombre d'espèces dispersées jusque-là dans divers groupes de Pyrénomycètes. Nous avons placé provisoirement la famille dans l'ordre des Hypocréales; dans le travail cité nous lui avons rattaché, avec doute, les Érysiphacées; actuellement, nous croyons pouvoir être plus affirmatif sur ce dernier point. En groupant les espèces autour de quatre genres principaux, on peut former autant de tribus (Bagnisiopsidées, Parodiellinées, Parodiopsidées, Érysiphées) qui seront définies plus loin.

Dans la famille ainsi constituée, certains caractères sont à peu près généraux, d'autres spéciaux à certains types :

1° Le mode de vie est remarquablement uniforme; toutes les espèces sont des parasites des plantes vasculaires et surtout de leurs feuilles; le mycélium interne est différencié en vue du parasitisme comme le montre la présence de suçoirs de forme définie pour une même espèce.

2° Une matière colorante spéciale, probablement complexe, imprègne la paroi des conceptacles (et, dans les échantillons d'herbier au moins, le contenu cellulaire); elle est partiellement soluble dans l'alcool à 70° et présente souvent une teinte vive (rouge, vert jaune, etc.); parfois, cependant, elle est d'un vert brun foncé paraissant noir. Cette matière colorante est plus ou moins abondante; chez les Érysiphées, en général, elle existe seulement dans les conceptacles; elle colore en jaune d'or les gouttelettes oléagineuses chez le *Microsphæra Quercina* (Schw.) Burrill, l'*Uncinula Salicis* (D. C.) Wint. (échantillons secs), etc.

3° Les fructifications ont une consistance variable; souvent charnue, parfois membraneuse et presque carbonacée. L'évolution du groupe paraît avoir été analogue à celle des Microthyriacées; des formes stromatiques incluses dans l'hôte sont dérivées des types à conceptacles uniloculaires de plus en plus réduits dans leur paroi, dans le nombre d'asques, avec tendance pour le champignon à devenir extérieur à l'hôte et à former un mycélium superficiel, tout en réduisant le mycélium interne; les Érysiphées présentent les termes les plus évolués, avec les genres où les « périthèces » n'ont qu'un

---

(1) G. Arnaud, *Les Astérinées*, I (1918), Montpellier.

seul asque (*Sphærotheca*) et une paroi mince. Cette évolution est probablement celle de tous les groupes de Pyrénomycètes, parasites des végétaux supérieurs, les formes dites *simples* seraient dérivées des formes stromatiques.

Les conidiophores jouent dans la multiplication des Parodiellinacées un rôle de plus en plus considérable, tandis que ces organes sont très rares chez les Microthyriacées.

4° Les rapports de la structure avec le climat sont un peu différents de ceux qui se présentent chez les Microthyriacées où la présence d'un mycélium superficiel est nettement en rapport avec un climat pluvieux. Deux tribus de Parodiellinacées ont un mycélium superficiel; *a.* Les Parodiopsidées sont localisées dans les régions pluvieuses; mais ces champignons se trouvent surtout à la face inférieure des feuilles, les hyphes sont entrelacées et la présence de conidies à dispersion aérophile indique une adaptation moins étroite à une grande pluviosité; *b.* les Érysiphées existent dans les régions pluvieuses (où se produisent du reste des périodes plus ou moins sèches), mais elles sont abondantes dans des régions modérément humides; il est probable que la paroi de leur mycélium, peu perméable (et aussi difficilement mouillable), réfringente et leur évolution rapide les protège contre le climat; leurs conidies, extrêmement abondantes, prédominant dans la multiplication, sont à dispersion aérophile.

5° Les relations entre le mycélium externe et la partie interne s'établissent toujours par les stomates chez les Parodiopsidées connues; on sait (d'après Palla, Salmon, etc.), qu'il en est ainsi chez quelques rares Érysiphées, tandis que les autres plantes de la même tribu percent la cuticule de l'épiderme.

6° La répartition des genres actuellement connus peut être faite de la manière suivante : *a. Bagnisiopsidées*, à stroma pluriloculaire, d'abord inclus dans l'hôte, sans mycélium externe (g. *Bagnisiopsis* Th. et Syd.); *b. Parodiellinées*, à conceptables uniloculaires, émergents, sans mycélium externe; l'un des genres a des ascospores unicellulaires (*Parodiellina* P. Henn.), l'autre les a bicellulaires (*Chevalieria*) nov. gen.); *c. Parodiopsidées*, à conceptacles unicellulaires, sans fulcres, mais souvent entourés de

---

(1) *Chevalieria* n. g., Parodiellinacées à conceptacles externes, disposés sur un stroma émergent, sans paraphyses; ascospores bicellulaires. Genre dédié au collecteur de l'éspèce type : *Ch. ctenotricha* nob. (= *Dimerosporium ctenotrichum* Har. et Pat.).

soies mycéliennes et toujours placés sur un mycélium externe coloré; conidies colorées, cloisonnées (g. *Parodiopsis* Maubl., *Perisporiopsis* P. Henn? *Perisporina* P. Henn, et, peut-être, les genres *Pilgeriella* P. Henn et *Nematothecium*); *d. Erysiphées*, à conceptacles unicellulaires, pourvus de fulcres et insérés sur un mycélium externe, en général incolore; conidies incolores et unicellulaires (= *Erysiphacées* sens. Salmon : g. *Erysiphe*, *Uncinula*, *Microsphaera*, etc.).

En résumé, les Parodiellinacées paraissent avoir subi une évolution morphologiquement analogue à celle des Microthyriacées, mais avec une adaptation secondaire des formes à mycélium, externe à un climat relativement sec. Dans cette hypothèse, les Érysiphées représentent les termes les plus évolués de la série; la simplicité apparente de leurs conceptacles n'est que le résultat d'une réduction des parties stromatiques; ce ne sont pas des Pyrénomycètes inférieurs comme on l'admet en général, et il y a peu de chances de trouver chez elles la structure primitive du périthèce des Pyrénomycètes.

ANTHROPOMÉTRIE. — *Étude anthropométrique de* 136 *Tunisiens indigènes*. Note de MM. **A. Marie** et **Léon Mac-Auliffe**, présentée par M. Edmond Perrier.

Poursuivant nos recherches d'anthropologie ethnique (¹), nous avons étudié 136 hommes indigènes tunisiens dont les fiches nous ont été fournies par le service d'identité judiciaire de Tunis. Ces hommes sont tous âgés de plus de 21 ans et de moins de 50.

Voici le résultat succinct des mensurations :

La taille moyenne des Tunisiens est $1^{m},681$ et dépasse ainsi de plus de 2^{cm} la taille moyenne des Français.

Les indices céphalométriques offrent aussi de grandes divergences avec ceux de notre pays. D'après les recherches d'A. Bertillon sur 100000 Français, l'indice céphalique le plus souvent observé oscille entre 82,35 et 85,75. Or l'indice moyen des indigènes tunisiens est de 75,12.

Les mensurations que nous avons publiées antérieurement nous permettent de faire les comparaisons suivantes. On trouve pour 100 :

(¹) *Comptes rendus*, t. 153, 1911, p. 631.

	Sur 335 Français.	Sur 136 indigènes tunisiens.
Hyperbrachycéphales (indice de plus de 85)...	23,90	1,47
Brachycéphales (de 80 à 85).................	50,14	4,40
Mésocéphales (de 75,1 à 79,9)................	23,38	48,12
Dolichocéphales (jusqu'à 75).................	2,68	45,51

Les rapports sont donc presque inverses dans les deux races.

A. Bertillon envisage comme exceptionnel chez les Français un indice céphalométrique inférieur à 75 et nos propres recherches sont venues confirmer ses vues. Or, non seulement 45,51 pour 100 des indigènes tunisiens présentent un indice inférieur à 75,1, mais 10 ont un indice inférieur à 70, l'indice le plus faible observé étant de 66,3.

De pareils chiffres ne se rencontrent dans aucun de nos départements, même choisis parmi ceux à indice le plus faible, comme les Pyrénées-Orientales.

Le diamètre bizygomatique des indigènes tunisiens est très faible : moyenne, 136^{mm} (moyenne sur 100000 Français, d'après Bertillon, 139^{mm}). Le chiffre obtenu à Tunis se rapproche de la moyenne espagnole ($135^{mm},9$) et ne se rencontre en France que dans certains arrondissements limitrophes du territoire espagnol. En effet, les photographies indiquent une prédominance des faces longues chez les Tunisiens.

La couleur de l'œil est caractéristique. La proportion d'iris pigmentés de châtain ou de marron est, chez les Tunisiens, de 94,09 pour 100. Elle n'est en France que de 40 pour 100; aucun de nos départements ne nous rapproche de la moyenne tunisienne, le maximum d'iris châtain-marron étant de 62,50 pour 100 dans l'arrondissement de Bastia (Corse), et sur le continent de 60,35 pour 100 (arrondissement de Montpellier). La moyenne espagnole elle-même est beaucoup moins élevée que la tunisienne : 62,68 pour 100 d'après Bertillon.

A taille égale, la comparaison des mensurations indique chez l'indigène tunisien, par rapport au Parisien (pris par Bertillon comme prototype du Français), un type à buste court et étroit, à grande coudée, à membres inférieurs longs, à oreilles plutôt petites, dont voici les moyennes : taille, $1^{m},681$; envergure, $1^{m},717$; buste, $0^{m},887$; coudée, $0^{m},465$; pied, $0^{m},262$; longueur de tête, $0^{m},193$; largeur de tête, $0^{m},145$; diamètre bizygomatique, $0^{m},136$; médius, $0^{m},113$; auriculaire, $0^{m},088$; longueur d'oreilles, $0^{m},061$.

Fait curieux, dans cette race en majorité dolichocéphale, le corps s'allonge en raison directe de la dolichocéphalie, ainsi que le montrent les moyennes suivantes :

	Dolichocéphales.	Mésocéphales.	Brachycéphales.
	m	m	m
Taille	1,686	1,681	1,649
Buste	0,893	0,884	0,881
Envergure	1,724	1,710	1,700
Coudée	0,466	0,465	0,462
Médius	0,114	0,114	0,110
Auriculaire	0,089	0,088	0,087
Pied	0,263	0,262	0,249
Longueur de tête	0,196	0,192	0,190
Largeur de tête	0,142	0,148	0,153
Diamètre bizygomatique	0,134	0,137	0,140
Longueur d'oreilles	0,061	0,060	0,059

ZOOLOGIE. — *Sur des ossements subfossiles de Poissons des Pays-Bas du Tchad et leur signification.* Note de M. **Jacques Pellegrin**, présentée par M. E. Perrier.

La mission de l'Institut de France en Afrique centrale, dirigée de 1912 à 1917 par le lieutenant-colonel Tilho, a rapporté au Muséum un certain nombre d'ossements de Poissons. Ceux-ci ont été récoltés au nord-est du Tchad, en plusieurs points de la vaste région aujourd'hui complètement désertique comprise entre le lac lui-même et le Borkou et pittoresquement désignée par le chef de l'expédition, à cause de sa faible altitude, sous le nom de *Pays-Bas du Tchad* (1). L'origine de ces divers fragments provenant de localités fort distantes les unes des autres est assez difficile à préciser, mais semble pour la généralité relativement très récente; je crois donc pouvoir les considérer dans leur ensemble comme subfossiles et les rapporter sans erreur à des formes encore actuellement vivantes dans les eaux douces africaines. Ainsi se trouvent complétés et précisés les quelques documents déjà signalés de ces contrées par le regretté Priem (2).

Dira. — Les ossements récoltés dans cette localité par la mission Tilho se rapportent

(1) Tilho, *Une mission scientifique de l'Institut de France en Afrique centrale* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 984 et 1081).

(2) Priem, *Sur des Poissons fossiles et en particulier des Siluridés du Tertiaire supérieur et des couches récentes d'Afrique* (*Mém. Soc. Géol. Fr. Paléont.*, XXI, 3, 1914, Mém. 49, p. 10). M. Priem considère comme subfossiles des ossements rapportés du Toro et de l'Eguei par M. Garde, comme pliocènes, pléistocènes ou même subfossiles ceux recueillis au Djourab et au Borkou par M. Fourneau et le Dr Ruelle.

à un grand Serranidé, la Variole ou Perche du Nil (*Lates niloticus* L.) et à un Siluridé du genre *Synodontis*. Ceux de *Lates* sont d'abord une portion de crâne ayant appartenu à un individu de dimensions très considérables. Ce fragment qui représente seulement le tiers postérieur de l'organe mesure, en effet, 15^{cm} de longueur, ce qui donne pour la tête du Poisson près de 50^{cm} et pour sa longueur totale de 1^{m},50 à 1^{m},65, bien près de la taille maxima, 1^{m},80, atteinte par l'espèce ([1]). En outre, deux grosses vertèbres abdominales me paraissent se rapporter à un Poisson de proportions analogues. Le corps de la plus grosse (5e ou 6e abdominale ou précaudale) ne mesure pas moins de 40^{mm} de haut sur 59^{mm} de large et 40^{mm} d'épaisseur, la neurépine fait dans son entier 120^{mm}. M. Priem a décrit et figuré des vertèbres analogues du Chalouf (Égypte), du Borkou et du Toro sans les déterminer de façon précise. Pour moi, je les attribue à la Perche du Nil, le plus gros Poisson vivant actuellement dans le lac Tchad et dont le nombre des vertèbres est peu élevé : 26. Les gros Siluridés dépassant 1^{m}, qu'on rencontre dans ce bassin et qui seuls pourraient rivaliser avec le *Lates* sous le rapport de la taille, ont des vertèbres en bien plus grand nombre et par conséquent celles-ci sont de proportions moindres (*Clarias :* 60 à 78; *Heterobranchus :* 60 à 65; *Bagrus :* 52 à 57; *Auchenoglanis :* 43 à 48).

Une épine de la nageoire pectorale gauche trouvée également à Dira doit être rapportée à un *Synodontis* de taille moyenne, 25^{cm} environ. Étant donné que, comme je l'ai indiqué ([2]), il n'existe pas moins de huit espèces de ce genre dans le Tchad, il ne me paraît pas possible d'arriver à une détermination spécifique exacte.

Beurfou (*Est de Dira*). — Une quatrième vertèbre abdominale a dû appartenir à un *Lates niloticus* L. de 1^{m} environ. Dans la même localité ont été recueillies des coquilles de Mollusques déterminées par M. Germain et qui vivent encore dans le Tchad : *Cleopatra bulimoides* Oliv. et *Vivipara unicolor* Oliv.

Siltou (*Nord de l'Éguei*). — Les fragments récoltés (aiguillons de la dorsale et des pectorales, prolongements huméraux) se rapportent tous à des *Synodontis* de petite taille, 15^{cm} à 20^{cm}.

Entre Hangara et Siltou. — Une vertèbre abdominale antérieure incomplète doit provenir d'un *Lates* de grande taille, 1^{m},25 environ.

Entre Ouani et Timidinga. — La mission Tilho a recueilli là encore des débris de vertèbres de *Lates* atteignant 1^{m}.

Broulkong (*Djourab*). — Divers fragments osseux (vertèbres, aiguillon pectoral) proviennent sans doute de Siluridés. On distingue nettement un dentaire que je crois pouvoir attribuer à un *Clarias* de taille moyenne, 60^{cm}.

De l'étude de ces matériaux, il résulte qu'à une époque relativement

---

([1]) Boulenger, *Cat. Freshwater Fishes Africa,* 1915, III, p. 105.

([2]) J. Pellegrin, *Nouvelle contribution à la faune ichtyologique du lac Tchad* (*Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 663).

proche, le régime hydrographique des régions aujourd'hui arides et desséchées s'étendant au nord et au nord-est du Tchad était complètement différent de ce qu'il est aujourd'hui. La découverte de ces ossements subfossiles vient confirmer ce qu'avaient déjà fait prévoir les observations altimétriques du lieutenant-colonel Tilho ([1]). Seule, en effet, une série de grands lacs pouvait abriter des Poissons de forte taille comme les *Lates* qui exigent pour subsister de vastes étendues d'eau ([2]). Actuellement ces grosses espèces ne se rencontrent plus que dans le Tchad lui-même ou ses affluents du Sud et de l'Ouest. Quelques formes, en général assez petites, ont pu, comme je l'ai montré ([3]), se maintenir encore jusqu'à nos jours, à la périphérie du bassin, en quelques rares points d'eau du Borkou ou des massifs montagneux du Tibesti et de l'Ennedi.

Les échantillons rapportés des localités intermédiaires par les divers explorateurs et notamment par la dernière mission Tilho permettent maintenant de reconstituer la liaison.

ZOOLOGIE. — *Régime alimentaire de la perche malgache.* Note de M. Jean Legendre, présentée par M. E.-L. Bouvier.

La perche malgache (*Paratilapia Polleni* Bleeker) appartient au groupe des Paratilapies de la famille des Cichlidés. J'ai décrit ici (*Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 617) les particularités de sa reproduction; j'étudierai aujourd'hui son régime alimentaire.

Comme tous les percoïdes, le cichlidé malgache est surtout carnivore; il ne l'est toutefois pas strictement comme l'*Eleotris Legendrei* Pellegrin qui habite les mêmes eaux que lui, il mange également des végétaux, surtout à la saison chaude. En fait d'aliments carnés il préfère les poissons et les insectes, ainsi que le montre le Tableau ci-dessous.

([1]) Une Note ultérieure fera connaître ce qu'a pu être jadis le régime hydrographique de ces régions.

([2]) Sous ce rapport des Siluridés comme les *Clarias* pouvant vivre longtemps hors de l'eau et s'accommoder de petites mares ou de marécages sont bien moins intéressants. Les *Synodontis* sont déjà beaucoup plus fluviatiles.

([3]) J. Pellegrin, *Sur la faune ichtyologique du Sahara oriental* (*Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 961).

	Nombre de poissons examinés.	Contenu du tube digestif (pour 100)			
		Poissons.	Insectes.	Végétaux.	Vide.
Du 5-6 au 16-9........	69	51	66	6	8,5
Du 16-9 au 12-11.....	54	61	54	17	7,5
Du 12-11 au 14-1.....	69	38	83	54	6

Observations. — Il est évident que poissons, insectes et végétaux se trouvent souvent réunis dans le tube digestif du même marakelle.

Mes examens ont été pratiqués sur des poissons vivants ou frais provenant des lacs ou des marais du district de Tananarive. La perche malgache, en effet, se cantonne dans ces pièces d'eau; elle est très casanière, ne s'aventure que rarement dans certains canaux proches, jamais dans les cours d'eau. Elle ne pénètre même pas dans les rizières attenantes au marais qu'elle habite, elle n'y suit pas le cyprin au moment de son exode dans ces cultures irriguées. Sur 192 perches examinées, 94 avaient dévoré des poissons : 84 fois des cyprins, 3 fois des marakelles, 7 fois des éléotris; pendant la période du 12 novembre au 14 janvier, qui couvre les deux premiers mois de la saison chaude, il ne fut même trouvé que des cyprins, en fait de poissons, dans le tube digestif des perches soumises à l'examen.

La perche malgache épargne donc ceux de son espèce et fait peu de tort au petit gobiidé dont j'ai signalé les mœurs de cannibale. Par contre, le cyprin doré (*Carassius auratus* Linné), qui fut introduit à Tananarive en 1861 par Jean Laborde, fait presque tous les frais des goûts ichtyophages du cichlidé.

La présence du cyprin dans l'estomac ou l'intestin du marakelle se révèle par du chyme crémeux compact et par des écailles cycloïdes agglomérées en piles comme une monnaie de petite dimension. Ces écailles, de 2^{mm} à 6^{mm}, parfois de 7^{mm} à 8^{mm} de diamètre, distendent fortement l'intestin au point où elles sont accumulées; il y en a souvent deux ou trois piles successives. On trouve de ces écailles même dans le tube digestif de perchettes ne mesurant que 35^{mm}; la taille moyenne des Paratilapies cyprinivores examinés a varié de 6^{cm} à 12^{cm}. Dans l'intestin flexueux du cichlidé, la proie doit séjourner plus longtemps que dans le tube digestif très court de l'Éléotris, elle est bien digérée et il n'arrive pas d'y rencontrer des victimes presque intactes, comme chez l'autre poisson.

La *grenouille* n'est un aliment que pour les gros marakelles; deux fois seulement j'ai trouvé de ces batraciens (de 4^{cm} à 5^{cm}) dans l'estomac de

deux perches mesurant respectivement 13^{cm} et 17^{cm}. Les perches de petite et moyenne taille dédaignent les têtards.

Il est moins exceptionnel, quoique rare, de trouver des crevettes dans le tube digestif du « foune ».

Les *insectes* par contre, et parmi eux ceux à tégument mou tels que les larves de chironomes et de culicides, entrent pour une grosse part dans l'alimentation du cichlidé. Malgré que j'aie compté jusqu'à 30 larves de chironomes dans son tube digestif, il en fait toutefois une moins grande consommation que l'Éléotris. Dans les marais qu'habite la perche, les larves de moustiques sont moins nombreuses que les vers de vase rouges ou noirs. Moins exclusif que le gobiidé, le Paratilapie ne dédaigne aucun des insectes aquatiques; hémiptères, coléoptères, névroptères, il avale tout; les riverains du grand lac Alaotra amorcent leur ligne à main avec une larve de libellule; dans la région de Tananarive on le pêche uniquement au ver de terre.

L'ichtyophagie de la perche, quasi bornée au cyprin, pose la question de savoir comment elle satisfaisait son appétit pour le poisson avant l'acclimatation de la dorade de Chine, question qui pourra être résolue partiellement par l'examen du contenu du tube digestif du marakelle dans les districts où le poisson rouge n'existe pas.

Le petit éléotris autochtone qui habite les mêmes eaux que la perche, et qu'on trouve, 7 fois sur 94, dans son estomac, était-il plus souvent dévoré avant l'introduction du cyprin? Question qui doit être tranchée par l'observation et l'expérimentation scientifiques et dont on ne doit pas demander la solution à l'indigène.

Ce fait que le marakelle a adopté le cyprin comme aliment principal montre bien l'influence que peut avoir l'acclimatation d'une espèce nouvelle sur la faune ichtyologique d'une région. Dans le cas actuel, elle paraît avoir été très favorable, malgré que les malgaches prétendent le contraire; mais ils ont sur toutes choses des opinions si régulièrement erronées qu'ils accuseraient aussi bien la souris d'être nuisible au chat ou le lapin au chien. Ils soutiennent avec ténacité que les œufs de cyprin séjournent dans le sol dur comme brique des rizières à sec pendant 6 mois, entre deux saisons rizicoles, et c'est par la conservation de ces œufs dans ce milieu qu'ils expliquent le retour annuel spontané des cyprins dans certaines rizières où les poissons accèdent tout bonnement avec l'eau des canaux d'irrigation.

L'inexactitude de l'opinion indigène, quant à l'influence du cyprin sur la

perche, est démontrée par le laboratoire (voir Tableau) et par la pratique. Dans un lac du Mantasoa surpeuplé de cyprins et de goujons (*Eleotris Legendrei*) neuf perches que j'ai déposées en mai 1914 s'y sont rapidement multipliées, et l'on en pêche aujourd'hui couramment. Il est certain que le cyprin prélève, sous forme d'insectes, une part de la nourriture autrefois dévolue au cichlidé, mais il la lui restitue largement par l'apport non limité de sa propre chair. Par contre, il ne m'est jamais arrivé de trouver des perches, même à l'état d'œufs ou d'avelins, dans le tube digestif des nombreux cyprins que j'avais autopsiés. Il est imprudent de reproduire en ces matières l'opinion aveugle des indigènes de la Grande Ile.

Le genre d'alimentation et le genre de vie du Paratilapie de Pollen laissaient prévoir qu'il s'accommoderait du parcage dans les rizières. De fait, les expériences de rizipisciculture effectuées avec lui et dont j'ai exposé les résultats dans le *Bulletin de la Société zoologique* (t. 48, 1918, p. 204) démontrent que ce poisson est capable de vivre, de frayer et de croître rapidement dans les rizières si l'on prend la peine de le déposer.

Dans les districts où la perche existe à côté du cyprin, il est donc à conseiller aux indigènes de pratiquer l'élevage combiné et intensif de ces deux espèces comestibles dans les mêmes rizières.

A 15 heures trois quarts, l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16 heures et demie.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de novembre 1919.

Précis de biochimie, par E. Lambling. Paris, Masson, 1919; 1 vol. 20^{cm}. (Présenté par M. Haller.)

Observations des orages de 1918 *dans les départements de la Gironde et partie de la Dordogne; expérience des paragrêles électriques.* Extrait du *Bulletin de la commission météorologique de la Gironde* (année 1918). Bordeaux, Gounouilhou, 1919; 1 fasc. 24^{cm}. (Présenté par M. Violle.)

Les gîtes minéraux, par Stanislas Meunier. Paris, Dunod et Pinat, 1919, 1 vol. 25^{cm}.

Manuel de chimie analytique, par F.-P. Treadwell, 2e édit. revue et refondue par Marcel Boll; tome II : *Analyse quantitative.* Paris, Dunod et Pinat, 1919; 1 vol. 20^{cm}. (Présenté par M. Haller.)

Marégraphe plongeur. Appareil enregistrant les marées sur les côtes et au large, par L. Favé. Extrait des *Annales hydrographiques*, 1919. Paris, Imprimerie nationale, 1919; 1 fasc. 25^{cm}.

Relations remarquables entre les éléments du système solaire, par Lucien Demozay. Paris, Gauthier-Villars, 1919; 1 fasc. 25^{cm}. (Présenté par M. Baillaud.)

Universitatum et eminentium scholarum Index generalis. Annuaire général des universités, publié sous la direction de R. de Montessus de Ballore, avec l'encouragement du Ministère de l'instruction publique. Paris, Gauthier-Villars, 1919; 1 vol. 18^{cm}. (Présenté par M. Appell.)

Proceedings of the medical conference held at the invitation of the Committee of Red cross societies Cannes, France, April 1 to 11, 1919. Published by the League of Red cross societies, Geneva, Switzerland, 1919; 1 vol.

(*A suivre.*)